

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ТЕРАПИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ МОДЕЛИ РОСТА ЗЛОКАЧЕСТВЕННЫХ КЛЕТОК

Братусь А.С., Фиммель Е., Зайчик С.Ю.

Москва, МГУ, МИИТ, applmath1miit@yandex.ru Мангейм, HS,
e.fimmel@hs-mannheim.de Москва, МГУ, ZayLanka@gmail.com

Предлагается следующая математическая модель, описывающая процесс лечения глиомы. Здесь c — концентрация больных клеток на двумерной области (квадрате), h — концентрация лекарства, t — время ($t \in [0, T]$):

$$\begin{cases} \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = \rho c(x,t)(1 - \beta \ln c(x,t)) + (A_\alpha c(x,t)) - c(x,t)G(h), \\ \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = -\gamma_h h(x,t) + \varepsilon c(x,t)h(x,t) + d\Delta h(x,t) + u(x,t), \quad 0 < t \leq T \end{cases}$$

с заданными граничными и начальными условиями. Ставится задача поиска программного управления в виде:

$$u(x, t) = \sum_{s=1}^m \delta(x - x_s) u_s(t)$$

с ограничениями

$$\begin{aligned} & 0 \leq u_s(t) \leq q, \\ & \int_0^T \int_D h(x, t) dx dt \leq Q_0, \end{aligned}$$

оптимального в смысле минимизации следующего терминального функционала

$$\Phi(u, T) = \int_D \ln c(x, T) dx =: \overline{\ln c(T)} \longrightarrow \inf$$

В силу входящих в модель нелинейностей, задача не поддаётся решению известными в теории оптимального управления способами. Предлагается качественная аналитически найденная оценка функционала снизу, а также численно найденное управление, очевидно позволяющее оценить функционал сверху — таким образом, реальные значения функции цены оказываются зажатыми между двумя оценками, что само по себе может быть использовано для прогнозов и рекомендаций по оптимальному управлению.