

СИММЕТРИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО РЕАКЦИОННО-ДИФФУЗИОННОГО УРАВНЕНИЯ С КВАДРАТИЧНЫМ ОПЕРАТОРОМ

Левченко Е.А.¹, Трифонов А.Ю.¹, Шаповалов А.В.

Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 36,
Телефон: (3822) 529843, E-mail: shpv@phys.tsu.ru

¹Томский политехнический университет, Россия, 634034, Томск, пр. Ленина 30,
Телефон: (3822) 418913, e-mail: leww@sibmail.com, trifonov@tpu.ru

Построение квазиклассических асимптотик уравнения Фишера–Колмогорова–Петровского–Пискунова (ФКПП) с нелокальным взаимодействием приводит к проблеме точного решения задачи Коши для уравнения ФКПП с квадратичным по производным и независимым переменным оператором.

Уравнение ФКПП используется в моделях, описывающих динамику микробиологической популяции, пространственное распределение которой определяется диффузией. В простейшем одномерном случае уравнение с квадратичным оператором записывается в виде

$$u_t(x,t) = Du_{xx}(x,t) + au(x,t) - u(x,t) \int_{-\infty}^{\infty} b(x,y)u(y,t) dy. \quad (1)$$

Здесь $u(x,t)$ – кинетическая переменная, D – коэффициент диффузии, $b(x,y) = k_0 + k_1 y$, параметр $a > 0$ – темп роста величины $u(x,t)$, $k_0, k_1 > 0$ – параметры нелокального взаимодействия.

Уравнение (1) относится к классу уравнений близких к линейным, для которого развит формализм построения решения задачи Коши в классе траекторно-сосредоточенных функций и в явном виде найден оператор эволюции.

В данной работе получены определяющие уравнения для симметрий уравнения (1) с использованием метода моментов, обобщающего классический групповой анализ на случай интегро-дифференциальных уравнений. Вычислены лиевские симметрии и соответствующие им 1-параметрические подгруппы группы симметрии уравнения (1). Приведен пример инвариантно-группового решения.

С помощью оператора эволюции в явном виде построены операторы симметрии, переводящие произвольное решение уравнения (1) в некоторое его решение в рассматриваемом классе функций. Полученные результаты проиллюстрированы примерами.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», контракты № П691, П789.