

ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ ГАМИЛЬТониАНА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Кулябов Д.С., Королькова А.В.

Российский университет дружбы народов, Россия, 117198, Москва, ул.
Миклухо-Маклая, д.6, dharma@mx.pfu.edu.ru, akorolkova@sci.pfu.edu.ru

В случае применения численных методов для решения задач электродинамики практикуется приём дискретизации системы динамических уравнений. Однако, существует проблема соответствия решений дискретного и непрерывного уравнений. Зачастую дискретные уравнения дают хаотические решения, заведомо отсутствующие в непрерывном случае. Для обеспечения согласованности решений непрерывной и дискретной систем уравнений необходимо наложить определённые условия на процесс дискретизации, например, потребовать сохранения каких-либо инвариантов. В частности, в методе вариационных интеграторов [1, 2] предполагается сохранение симплектической формы (следовательно и группы движений), что приводит к задаче построения гамильтониана исходной системы.

Уравнения Максвелла с источником задают пресимплектическую форму (т.е. гамильтониан со связями). Однако для уравнений Максвелла без источников возможно построение симплектической формы, соответственно и построение гамильтониана.

В работе рассмотрены уравнения Максвелла без источников, для которых несколькими методами найден гамильтониан в произвольной криволинейной системе координат и в разных представлениях (в частности, в векторном и импульсном представлениях). Гамильтониан в данном случае требуется для построения симплектического интегратора (вариант вариационного интегратора, сохраняющий симплектическую форму). Физически поле без источников соответствует волноводу.

Обычно ограничиваются рассмотрением уравнений Максвелла в декартовых системах координат, избегая изначальной записи системы в криволинейных координатах. При этом переход к криволинейным координатам осуществляется явным преобразованием систем координат, что порождает отсутствие общности и наглядности данного подхода. В нашем случае уравнения Максвелла и гамильтониан имеют явно ковариантную форму. Это упрощает операции с уравнениями Максвелла и гамильтонианом, поскольку имеется их запись для произвольной криволинейной системы координат.

Литература.

1. Marsden J.E. and West M. Discrete mechanics and variational integrators, Acta Numerica 10, 357-514, 2001.
2. West M. Variational integrators, Ph.D. thesis, California Institute of Technology, 2004.