ТЕСТЫ ДЛЯ ПЛОХООБУСЛОВЛЕННЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Ванчарин Д.А., Зубанов А.М., Семашков А.Е., Ширков П.Д.

Международный университет природы, общества и человека «Дубна»,
Дмитровский институт непрерывного образования,
Россия, 148000, г. Дмитров, Московская область, м-рн ДЗФС, д. 23,
Тел.: (49622)-3-48-89, E-mail: pdshirkov@gmail.com

Рассматривается вопрос возникновения ошибок округления при численном интегрировании неявными методами Рунге-Кутты систем ДАУ с плохо обусловленными матрицами:

$$M\frac{d\vec{u}}{dt}=\vec{f}(t,\ \vec{u}),\ \vec{u}(0)=\vec{u_0}\ , \qquad (1)$$

где $\vec{u}=(u_1,\ \ldots,\ u_n)^T$, $\vec{f}=(f_1,\ \ldots,\ f_n)^T$, $\vec{u_0}=(u_{01},\ \ldots,\ u_{0n})^T\in R^n$, а M – квадратная матрица, быть может, вырожденная. Такие уравнения, в частности, возникают при моделировании интегральных схем различной степени интеграции.

Одна Ньютоновская итерация в неявных методах Рунге-Кутты приводит к необходимости решения линейных систем вида:

$$\left[M-\tau a_{ii}\frac{\partial\vec{f}}{\partial\vec{u}}\left(t+c_i\tau\,,\vec{y}(t)+\tau\sum_{j=1}^{i-1}a_{ij}\vec{K_j}\right)\right]\cdot\vec{K_i}=\Phi\,(\vec{f},\frac{\partial\vec{f}}{\partial\vec{u}},\vec{K_1},\ldots,\vec{K_{i-1}}), \qquad (2)$$

где ${\partial\vec{f}}/{\partial\vec{u}}$ - матрица Якоби системы (1). Если $M=E$, то при правильных значениях шага численного интегрированиях τ (с точки зрения теоретической точности) обусловленность системы (2) стремится к *1*.

В работе построен набор тестовых задач вида (1) переменной размерности и варьируемой степени обусловленности их матриц. Показано (теоретически и численно), что если $M\neq E$, то степень обусловленности матрицы в левой части (2) даже в лучшем случае (при правильном выборе шага интегрирования) стремится к степени обусловленности матрицы *M*, а при произвольном выборе шага может заметно её превышать, делая неверными в расчете большую часть цифр в мантиссе. При этом численное решение задач даже невысокой размерности при стандартной длине мантиссы может приводить к заведомо неправильному виду решения. Таким образом, показана необходимость использования длинной арифметики при решении систем (1).