

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ПОМОЩЬЮ ВЕДУЩЕГО ФАКТОРА ФОНДОВОГО РЫНКА

Нуртазина К. Б.

(Россия, Москва)

Исследуются задача формирования портфеля минимально гарантированного риска с гарантированной эффективностью и задача формирования портфеля максимально гарантированной эффективности с гарантированным риском. Описанный метод наиболее пригоден для формирования портфеля, ценные бумаги которого не очень сильно связаны с рассматриваемым ведущим фактором.

Мотивы обращения к вопросу исследования. Цель анализа финансового рынка – разработка рекомендаций для инвесторов: в какие ценные бумаги вкладывать капитал, и в каком количестве. В задаче формирования портфеля ценных бумаг решение опирается на предположение о том, что эффективности вложений являются случайными величинами с заданными вероятностными характеристиками. Фактически требуется знание вектора математических ожиданий и матрицы ковариаций эффективностей.

Фондовый рынок характеризуется прозрачностью: сведения о биржевом курсе ценных бумаг регулярно публикуются. Прежде всего это касается ведущих компаний. Это дает возможность проанализировать последовательности, отражающие историю курсов и выплачиваемых дивидендов за достаточно длительный период. Пусть значения эффективности E образуют ряд чисел (e_1, e_2, \dots, e_n) . Можем применить методы математической статистики и най-

ти среднее $\bar{E} = \sum_i \frac{e_i}{n}$ и несмещенную оценку дисперсии или ва-

риации $\tilde{V} = \sum_i \frac{e_i - \bar{E}}{n-1}$; а затем использовать их в качестве при-

ближенных значений математического ожидания и дисперсии или вариации. Примерно также можно поступить с ковариациями.

Реальные цифры таковы. Число ведущих компаний, акции которых котируются на биржах США и составляют основную (по общей стоимости) часть рынка, обычно оценивается в $n=500$ (такое число учитывается в наиболее популярном издании «Standard and Poor's index»). Длительность ежеквартальных временных рядов, имеющих смысл для статистической обработки, $T=100$ кварталов (экономические условия и даже список ведущих компаний за период более 25 лет слишком сильно изменяются, чтобы устаревшие данные считать представляющими ту же генеральную совокупность). Таким образом, имеется $nT=5000$ чисел, а оценить

нужно $n = 500$ средних и $\frac{n(n-1)}{2} > 100000$ ковариаций, то есть

оценить нужно намного больше величин, чем имеем данных, в силу чего точность оценок не может быть хорошей. Поэтому прямой статистический подход для получения оценок средних и вариаций непригоден. Нужен анализ зависимостей курсов и других характеристик ценных бумаг от ведущих факторов финансового рынка.

В экономической жизни все взаимосвязано, но есть факторы, которые влияют сразу практически на все показатели. Например, уровень цен на ближневосточную нефть влияет на котировку акций почти всех компаний США, поскольку эта нефть покрывает более половины энергетических потребностей США. Если цена на нефть поднимется, станет дороже бензин для автомобилей, уменьшится спрос на бензин, на автомобили, на металл для их изготовления, повысятся цены на сельскохозяйственные продукты, поскольку затраты на топливо – основной компонент их себестоимости.

Основные обозначения. Пусть f – ведущий фактор, $\xi_i = a_i + bf + \varepsilon_i$ – доходность i -й бумаги, ε_i, D_f – эффективность и дисперсия ведущего фактора. В зависимости от варианта $j = 1, \dots, m$ ведущий фактор f_j и доходность i -й ценной бумаги $\xi_i^j = a_i + bf_j + \varepsilon_i^j$, то есть параметры a_i, b_i регрессии не меняются. В таком случае мало должна измениться и остаточная величина потому что ее характер определяется главным образом особенностями работы эмитента. В силу этого будем считать эту остаточную величину неизменной: $\varepsilon_i^j = \varepsilon_i$. Известно, что если ведущий фактор выбран правильно, то остатки ε_i имеют нулевое математическое ожидание и некоррелированы друг с другом и с ведущим фактором.

Таким образом, для j -го варианта эффективность i -й ценной бумаги есть $e_i^j = a_i + b_i f_j$, вариация доходности ценной бумаги и совместная вариация есть $v_{ii}^j = b_i^2 D_j + D_j[\varepsilon_i]$, $v_{ik}^j = b_i b_k D_j$. Следовательно, ковариационная матрица есть $V_j = (b_i b_k D_j + \delta_i^k D_j[\varepsilon_i])$.

Пусть $E_j, j = 1, \dots, m$, – векторы-столбцы эффективностей и V_j – матрицы взаимных вариаций при различных вариантах развития событий.

Постановка задачи. Исследуются задачи

Задача 1	Задача 2
$r \rightarrow \min$	$\theta \rightarrow \max$
$X^T V_j X \leq r$	$X^T V_j X \leq r$
$E_j^T X \geq \theta, j = \overline{1, m}$	$E_j^T X \geq \theta, j = \overline{1, m}$
$I^T X = 1, X \geq 0$	$I^T X = 1, X \geq 0$

Задача 1 – это задача формирования портфеля минимально гарантированного риска r и гарантированной эффективности θ . Задача 2 – это задача формирования портфеля максимально гарантированной эффективности θ и гарантированного риска r .

Заключение. В практике фондового рынка известно множество ведущих факторов. Описанный метод наиболее пригоден для формирования портфеля, ценные бумаги которого не очень сильно связаны с рассматриваемым ведущим фактором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малыгин В.И. Финансовая математика. Москва: «ЮНИТИ-ДАНА», 2003. – 237 с.
2. Капитonenко В.В. Защитные портфели и опционное хеджирование. – Москва: ГУУ, 2001. – 42 с.

THE PORTFOLIO FORMING UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY WITH THE HELP OF STOCK MARKET'S FUNDAMENTAL FACTORS

Nurtazina K. V.

(Russia, Moscow)

The author investigates the task of portfolio forming of the minimum risk with guaranteed effectiveness and the task of portfolio forming to the maximum guaranteed effectiveness with guaranteed risk. This method is suitable for formation portfolio which securities isn't very strongly connected with the considering leading factors.