# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В АЭРОЗОЛЬНЫХ СИСТЕМАХ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ И РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ

### Кривенко И. В., Смирнова М. А.

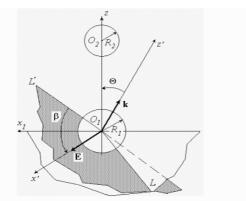
(Россия, Тверь)

Исследовано воздействие электромагнитного излучения на дисперсные системы и механизмы индуцированных в дисперсных частицах физических процессов. Предложены теоретические и численные методы решения тепловой задачи с источниками, инициированными электромагнитным излучением.

Введение. При воздействии электромагнитного излучения на дисперсную систему частицы поглощают энергию, происходит их разогрев, сопровождающийся различными физикохимическими процессами (испарением, фотофоретическим движением и др.). В рамках самой простой модели рассматриваются парные взаимодействия частиц. Поглощенная энергия, выделяющаяся при этом в виде тепла в единице объема частицы в единицу времени представляет собой тепловой источник, инициированный электромагнитным излучением. Плотность источников тепла в любой точке внутри частицы пропорциональна квадрату амплитуды электрического вектора. Распределение напряженности поглощенного электрического поля может быть найдено из решения электродинамических уравнений Максвелла.

Математическая модель взаимодействия электромагнитного излучения с двумя сферическими поглощающими дисперсными частицами. Две сферические частицы радиусов  $R_1$  и  $R_2$  находятся на расстоянии  $O_1O_2=R$  друг от друга (рис.1). Ось z направлена вдоль линии, соединяющей центры сфер. Волновой

вектор падающей плоской волны  $\vec{k}$  образует угол  $\Theta$  с положительным направлением оси z. Декартова система координат x'y'z' связана с центром первой частицы  $O_I$ . Ось z' сонаправлена вектору  $\vec{k}$ , ось x' — вектору напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , а ось y' — вектору напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ . С центрами сфер связаны декартовы системы координат  $x_Iy_Iz_I$  и  $x_2y_2z_2$  (оси  $x_I$  и  $x_2$ ,  $y_I$  и  $y_2$  параллельны друг другу). Направление оси  $x_I$  выбирается таким образом, чтобы вектор  $\vec{k}$  лежал в плоскости  $x_IO_Iz$ , а ось  $y_I$  направлена таким образом, чтобы система координат  $x_Iy_Iz$  была правовинтовой. Также с каждой из указанных декартовых систем координат связывается соответствующая сферическая система координат:  $r_I\theta_I$   $\varphi$ ,  $r_2\theta_2$   $\varphi$ ,  $r'\theta'\varphi'$ .



**Рис.1.** Две сферические частицы в поле плоской волны. Выбор системы координат

На рис.1 через L' обозначена прямая, по которой пересекаются плоскости  $x_IO_Iz$  и  $x'O_Iy'$ , через L — линия пересечения плоскостей  $x_IO_Iy_I$  и  $x'O_Iy'$ . Электрический вектор  $\vec{E}$  образует угол с плоскостью  $\varphi = 0$  ( $\beta$  — угол между прямыми L' и x').

Полагая, что электрический и магнитный векторы зависят от времени по гармоническому закону, для их амплитуд можно записать:

$$\Delta E + k^{(j)2}E = 0, \tag{1}$$

$$\Delta H + k^{(j)2}H = 0, (2)$$

где  $k^{(j)}$  — волновое число в среде ј,  $k^2=-k_1k_2$ ,  $k_1=\frac{i\,\omega}{c}(\varepsilon+i\,\frac{4\pi\sigma}{\omega}),\ k_2=i\,\frac{\omega}{c},\ \omega$  — циклическая частота,  $\varepsilon$  —

диэлектрическая проницаемость среды,  $\sigma$  — удельная проводимость, с — скорость света. Число j принимает значения: j=0 — во внешней среде, j=1 — внутри первой частицы, j=2 — внутри второй частицы. Для того, чтобы учесть влияние соседней частицы, внешнее по отношению к первой частице поле  $\vec{E}_j$  представляется в виде

$$\vec{E}_j = \vec{E} + \vec{E}_k^s, \tag{3}$$

где  $\vec{E}$  — электрический вектор плоской монохроматической электромагнитной волны,  $\vec{E}_k^s$  — световой вектор волны, рассеянной на соседней частице. Используя теорию Ми взаимодействия электромагнитного поля с одиночной поглощающей сферической частицей, можно представить векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  через электрический U и магнитный V потенциалы Дебая [1]. Потенциалы Дебая поля падающего излучения выражены в системе координат X'Y'Z', а потенциалы Дебая поля, рассеянного на k -ой частице — в системе координат  $X_kY_kZ$  (k=1,2). Далее полученные выражения представляются в виде разложений по собственным сферическим функциям j-ой сферы  $P_n^m(\cos\theta_j)e^{im\varphi}$ . Такое преобразование выполняется с использованием методов теории представления групп. Указанные на рис.1 три угла поворота Эйле-

ра  $\pi/2 - \beta$ ,  $\Theta$ ,  $3\pi/2$  полностью определяют вращение g относительно точки  $O_I$ , переводящее систему координат X'Y'Z' в систему  $X_IY_IZ$ .

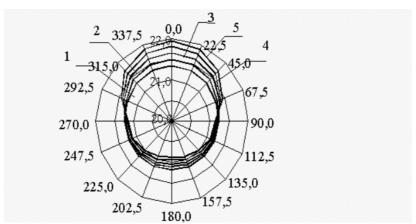
Совместное использование теорий Ми и представления групп [2] позволяет определить напряженности электрического и магнитного полей в любой точке для указанной модели [3]. Радиусы и состав частиц могут быть различными.

Расчет распределения температуры внутри системы сферических дисперсных частиц. Тепловой источник  $q_j$  определяется на основе решения электродинамической задачи [4]. Работы [5, 6] посвящены особенностям расчета средних по объему источников тепла.

Ранее было показано [3], что при углах Эйлера  $\Theta = 90^\circ$ ,  $\beta = -0^\circ$  распределение квадрата амплитуды электрического вектора зависит главным образом от значения координаты г внутри частицы. Для указанных углов Эйлера можно проводить расчет  $q_i$ , разбив частицу на концентрические слои, полагая, что значение  $\left| \vec{E} \right|^2$  постоянно внутри слоя. Были проведены расчеты  $q_i^*$  для различных значений углов Эйлера для указанной системы водных капель. Из расчетов следует, что среднее значение плотности источников тепла существенно зависит от расположения системы двух частиц относительно волнового вектора и вектора напряженности электрического поля инициирующего источники лазерного излучения.

На основе проведенных расчетов построены диаграммы, характеризующие распределение температуры по сечению частицы водного аэрозоля радиусом  $R_I=1$  мкм. Радиус соседней частицы  $R_2=1$  мкм. Расстояние между центрами частиц R=20 мкм ( $R/(R_1+R_2)=10$ ). Длина волны инициирующего теплоперенос лазерного излучения  $\lambda=10.6$  мкм. Температура окружающей среды T=273 К. Коэффициент теплопроводности среды  $\chi_e=57.5$  мкКал/см·К·с, коэффициенты теплопроводности вещества

частиц равны  $\chi_I = \chi_2 = 1.35 \cdot 10^3$  мкКал/см·К·с. Значения комплексных показателей преломления вещества частиц (воды) 1.173 + і · 0.0823. Показатель преломления среды  $n_e = 1$ . Значения углов Эйлера  $\Theta = 90^0$ ,  $\beta = 0^0$ . Рассматривалось сечение частицы, соответствующее значениям  $\varphi = 0$  сферической координаты относительно центра первой частицы. Средние значения тепловых источников, инициированных лазерным излучением,  $q_I = q_2 = 1.5 \cdot 10^{12} \ {\rm Bt/m}^3$ . Здесь  $q_j = q_j * I$ , где  $q_j * 8.657 \cdot 10^4 \ {\rm m}^{-1}$ . Значение интенсивности I лазерного излучения выбрано произвольно; эту величину можно варьировать. Диаграммы построены в полярных координатах  $\theta_I$ , r. Расстояние от центра диаграммы до кривой представляет собой разность температур в данной точке внутри частицы и в окружающей среде  $\Delta T$ .



**Рис.2.** Диаграммы, характеризующие распределение температуры внутри частицы водного аэрозоля ( $r = 0.1 \div 0.5$  мкм)

На рис. 2 построены указанные диаграммы для значений координаты  $r_1 = 0.1$  мкм (кривая 1),  $r_2 = 0.2$  мкм (кривая 2),  $r_3 = -0.3$  мкм (кривая 3),  $r_4 = 0.4$  мкм (кривая 4),  $r_5 = 0.5$  мкм (кривая 5). Полученные диаграммы показывают, что при малом значении радиуса рассматриваемого сечения (10% от радиуса части-

цы) диаграмма представляет собой практически окружность ( $\Delta T$  $(\theta_l = =0^0) \approx \Delta T(\theta_l = 180^0)$ ). С ростом r диаграммы «вытягиваются» по направлению к соседней частице, причем  $\Delta T_2$  ( $\theta_l = 0^0$ ) >  $\Delta T_{I}(\theta_{I} = =0^{0}), \Delta T_{2}(\theta_{I} = 180^{0}) < \Delta T_{I}(\theta_{I} = 180^{0})$  при  $r_{I} > r_{2}$ . Panee в работе [4] было показано, что электромагнитное и тепловое взаимодействие дисперсных частиц может быть заметным и при больших расстояниях между их центрами. Это связано с дифракцией электромагнитного излучения (влияющей также и на распределение тепловых источников). Так, например, при значении  $R / (R_1 + R_2) = 3$  электромагнитное взаимодействие частиц минимально [3]. Максимумы электромагнитного взаимодействия расположены для данной системы частиц на расстояниях приблизительно  $6 \div \div 6,2$  мкм. Таким образом, и на больших расстояниях между центрами частиц возникает неоднородное распределение температур по сечению частицы, которое усиливается с ростом интенсивности падающего излучения. Вблизи границы дисперсной частицы это распределение носит более неоднородный характер, чем в центральных областях, то есть имеет место выделение некоторого теплового поверхностного слоя частицы. Вид распределения температуры существенно влияет на эволюцию дисперсной системы в поле электромагнитного излучения.

Представляет интерес рассмотрение теплового взаимодействия двух дисперсных частиц, одна из которых (первая) поглощает значительно меньше, чем другая (вторая). В этом случае, решая соответствующую тепловую задачу [6], получим следующую формулу для температуры слабопоглощающей частицы:

$$T_1 - T_{\infty} = \sqrt{2(ch\xi - \cos\eta)} \frac{q_2 R_2^2}{\chi_1} \sum_{n=0}^{\infty} e^{(2n+1)(\xi_2 - \xi/2)} P_n(\cos\eta), \quad (4)$$

где  $\chi_I$  – коэффициент теплопроводности первой частицы;  $R_j$  – радиус j -й частицы;  $q_2$  – плотность теплового источника, обусловленного поглощением электромагнитного излучения второй час-

тицей; 
$$ch\xi_2 = \frac{R^2 + R_1^2 - R_2^2}{2RR_1}$$
,  $R$  – расстояние между центрами

сфер;  $\xi$ ,  $\eta$  — координаты в бисферической системе координат ( $\xi_l$  = const,  $\xi_2$  = const — уравнения поверхностей сфер в бисферической системе координат),  $T_{\infty}$  — температура среды, не возмущенной присутствием частиц. Из (5) следует, что перегрев  $\Delta T_l$  слабопоглощающей частицы в данном случае пропорционален плотности  $q_2$ . В свою очередь, известно, что при определенной частоте падающей электромагнитной волны знаменатели коэффициентов

поглощения обращаются в нуль [1] и величина  $\left| \vec{E} \right|^2 \! o \! \infty \! .$ 

В этом случае, очевидно, вследствие сильного повышения температуры имеет место тепловой механизм разрушения частицы. Одно из условий для определения резонансной частоты может быть найдено из аналитических выражений для коэффициентов поглощения, полученных в [1], и имеет вид:

$$\widetilde{n}^{(1)}\zeta_{1}^{(1)}(k^{(0)}R_{2})\psi_{1}(\widetilde{n}^{(2)}k^{(0)}R_{2}) - \zeta_{1}^{(1)}(k^{(0)}R_{2})\psi_{1}(\widetilde{n}^{(2)}k^{(0)}R_{2}) = 0, \quad (5)$$

где 
$$\widetilde{n}^{\,(1)}=rac{k^{\,(1)}k_2^{\,(0)}}{k^{\,(0)}k_2^{\,(1)}}, \quad \widetilde{n}^{\,(2)}=rac{k^{\,(2)}k_2^{\,(0)}}{k^{\,(0)}k_2^{\,(2)}}, \quad (j)$$
 — индексы, относящиеся

к веществам окружающей среды и частиц (j=0,1,2),  $\zeta_n(z)=z\cdot h_n(z),\ \psi_n(z)=z\cdot j_n(z)$ .

Условие (5), записанное для второй частицы, совпадает с аналогичным условием, полученным для одиночной сферической частицы [1]. В данном случае может иметь место тепловой пробой, обусловленный явлением электромагнитного резонанса в соседней частице с сильным поглощением.

Таким образом, во-первых, температурные диаграммы для каждой из дисперсной частиц деформируются тем сильнее, чем больше различие между радиусами частиц; во-вторых, в каждой частице возникает тепловой поверхностный слой, на структуру

которого оказывает влияние картина взаимодействия электромагнитного поля с соседней частицей; в-третьих, для системы двух сильно различающихся по оптическим свойствам частиц может иметь место тепловой пробой, обусловленный явлением электромагнитного резонанса.

Расчет температуры в неоднородной по составу дисперсной системе, содержащей различное число частиц. Здесь описываются вычислительные эксперименты, проведенные с помощью разработанной программы, основные результаты этих экспериментов и анализ полученных результатов. Методом конечных элементов исследовался процесс теплопереноса в дисперсных системах, различных по составу, конфигурации и размерам. Выбирались модельные схемы, размеры частиц в которых достаточно реальны для дисперсных систем (в частности, для аэрозолей).

Рассматривались частицы сферической формы, что позволило рассчитать коллективные эффекты, оценить зависимость температуры в системе от размера частицы и т.д., однако разработанная программа позволяет проводить расчеты для частиц произвольной формы. Так как задача соответствовала условиям теоремы Лыкова—Нигматулина [7], то это позволило проводить расчеты для плоского случая, что значительно упростило вычислительный эксперимент.

Методом конечных элементов проводился расчет температуры в каждом узле системы, представляющей собой прямоугольную площадку (90 на 70 мкм) с размещенными на ней сферическими частицами радиуса 5 и 10 мкм, моделирующую полидисперсную систему. Количество частиц варьировалось от одной до девяти, варьровалось также расположение частиц на площадке. Расчеты проводились с граничными условиями как первого, так и второго типа, согласно приведенной выше классификации. Нумерация частиц для полидисперсной системы приведена на рис. 3.

Основные результаты исследования процесса теплопереноса в дисперсных системах с однородными по составу частица-

ми опубликованы в работах [8–10]. Проводились расчеты температуры для систем, содержащих частицы как одинаковых, так и различных веществ. Предполагалось присутствие в системе частиц от одного до трех различных веществ. Расчеты проводились для конфигураций систем, содержащих 9 частиц.

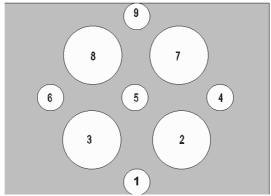
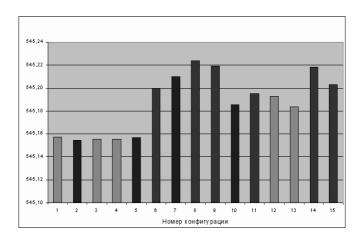


Рис.3. Нумерация частиц для системы



**Рис.4.** Температура в частице № 5 для различных конфигураций системы

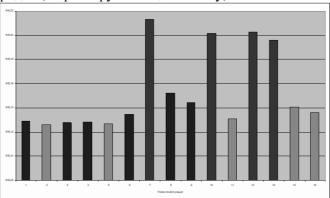
Характерные результаты расчетов для неоднородной полидисперсной системы приведены на рис. 4, 5, а конфигурации системы — в таблице 1.

Таблица 1. Конфигурации системы

Номер	Номера	Номера	Номера
конфигурации	частиц	частиц	частиц
системы	воды	железобетона	сажи
1	2,3,7,8	1,4,5,6,9	_
2	1,4,5,6,9	2,3,7,8	_
3	1,2,4,7	3,5,6,8,9	-
4	3,4,6,7	1,2,5,8,9	-
5	2,3,5,6,9	1,4,7,8	-
6	2,3,7,8	_	1,4,5,6,9
7	1,4,5,6,9	_	2,3,7,8
8	1,2,4,7	_	3,5,6,8,9
9	3,4,6,7	_	1,2,5,8,9
10	2,3,5,6,9	_	1,4,7,8
11	_	2,3,7,8	1,4,5,6,9
12	_	1,4,5,6,9	2,3,7,8
13		3,5,6,8,9	1,2,4,7
14	_	1,4,7,8	2,3,5,6,9
15	_	1,2,3,6,7,9	4,5,8

Из результатов проведенных исследований следует, что присутствие частиц, различных по размерам и своим теплофизическим свойствам приводит, к увеличению неоднородности температуры в системе, причем при линейной зависимости источника от температуры проявляются нелинейные эффекты, а при нелинейной зависимости — эти эффекты усиливаются. При граничных условиях третьего рода на внешней границе системы (откры-

тая система) влияние коллективных эффектов может изменять температуру в 1,5 и более раз. Оно тем больше, чем система более неоднородна (по размеру частиц и составу).



**Рис.5.** Температура в частице № 7 для различных конфигураций системы

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 03-01-00324)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 850 с.
- 2. Виленкин Н.Я. Специальные функции и теория представления групп. М.: Наука, 1956. 588 с.
- 3. Гамаюнов Н.И., Кривенко И.В., Уварова Л.А., Бондарев Ю.З. Особенности распространения электромагнитного излучения и инициированного им теплопереноса в системе аэрозольные частицыокружающая среда // ЖФХ.1997.Т.71.N 12. С.2270–2274.
- 4. Пришивалко А.П. Оптические и тепловые поля внутри светорассеивающих частиц. Мн.: Наука и техника, 1983. 190 с.
- 5. Гамаюнов Н.И., Кривенко И.В. Расчет средних по объему источников тепла внутри сферических частиц. Материалы науч.-техн. Конф. С международным участием «Физико-химические и экологические проблемы наукоемких технологий добычи и переработки органогенных материалов». Тверь: ТГТУ, 1999. с. 24–25.

- 6. Krivenko I.V., Klinger A.V., Uvarova L.A. Two disperse particles in the field of the electromagnetic radiation. / In collected articles «Mathematical Modeling: Problems, Methods, Applications». 2001. P. 231–243.
- 7. Можаев А.П. Теоремы теории тепломассообмена в неупорядоченных пористых средах // Тепломассообмен. Т.8. 2000. С.9.
- 8. M.A.Smirnova. Mathematical models nonlinear heat transfer in an inhomogeneous dispersible system. Mathematical Models Non-Linear Excitations, Transfer, Dynamics, and Control in Condensed Systems and Other Media, edited by Uvarova et al., Kluwer Academic / Plenum Publishtrs, New York, 1999. P.129–134.
- 9. Смирнова М.А. Особенности теплопереноса в дисперсных системах различных конфигураций. Тезисы докладов Международной научной конференции «Математические модели нелинейных возбуждений, переноса, динамики, управления в конденсированных системах и других средах». М.: «Станкин», 2000. С.106..
- 10. M.A.Smirnova. Heat transfer in disperse systems of various structures and configurations./In collected articles «Mathematical Modeling: Problems, Methods, Applications». New York Boston Dordrecht London Moscow: KLUWER ACADEMIC/PLENUM PUBLISHERS, 2001. P. 99–111.

#### MODELING OF HEAT TRANSFER IN AEROSOL SYSTEMS IN A FIELD OF THE ELECTROMAGNETIC RADIATION UNDER VARIOUS CONDITIONS AND CALCULATION OF THE TEMPERATURE IN POLIDISPERSE SYSTEMS

#### Krivenko I. V., Smirnova M. A.

## Russia, Tver

The influence of electromagnetic radiation on disperse systems and mechanisms of induced physical processes in disperse particles is investigated. The theoretical and numerical methods of the decision of a thermal task with sources initiated by electromagnetic radiation are offered.