О РЕШЕНИЯХ МОДЕЛЕЙ ТИПА ЭКМАНА ДЛЯ СЛУЧАЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

Гапеева Т. В., Гуревич К. Ю., Компаниец Л. А.

(Россия, Красноярск)

В 1923 г. В. Экман разработал теорию движения в однородном глубоком озере, вызванного действием постоянного ветра. В 1956 г. Р. Веландер распространил эту теорию на случай мелкого моря. В данной работе эта теория распространяется на случай двухслойной жидкости. Если бассейн имеет цилиндрическую форму, можно получить аналитическое решение в явном виде.

Модели ветрового движения двухслойной жидкости находят широкое применение при расчете течений в неоднородных по температуре водоемах. Усредненные по глубине уравнения двухслойной жидкости рассматривались в статьях [1]–[4]. В частности, в работе [4] проводилось сравнение численных результатов, полученных по модели двухслойной мелкой воды и модели стратифицированной жидкости.

В статье [5] проводились расчеты по новой математической модели, причем в верхнем слое скорости считались усредненными по глубине, а в нижнем слое зависили от глубины.

В работе [6] рассматривалось аналитическое решение для двухслойного течения в бассейне с ровным дном в двумерном случае.

В данной работе рассматривается трехмерная модель стационарного ветрового движения двухслойной жидкости с границей раздела слоев по термоклину. Термоклин рассматривается как бесконечно тонкий слой, на котором терпят разрыв температура, (плотность) и коэффициент вертикального турбулентного обмена. Считается, что перенос массы через границу раздела плотности отсутствует, т.е. вертикальная диффузия и турбулентное вовлечение не учитываются. Это соответствует случаям, когда граница раздела находится ниже слоя ветрового перемешивания, либо разность плотностей в верхнем и нижнем слое достаточно велика.

Выпишем уравнения, описывающие стационарные течения в верхнем и нижнем слое в соответствии с [1], [5], [6], [7]:

$$\begin{cases} -lv^I + g\dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(K^I \dfrac{\partial u^I}{\partial z}\right), & (1) \\ lu^I + g\dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(K^I \dfrac{\partial v^I}{\partial z}\right), & (2) \\ -lv^{II} + g\left(1 - \dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial x} + g\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(K^{II} \dfrac{\partial u^{II}}{\partial z}\right), & (3) \\ lu^{II} + g\left(1 - \dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial y} + g\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(K^{II} \dfrac{\partial v^{II}}{\partial z}\right). & (4) \end{cases}$$

Здесь индекс «I» относится к верхнему слою жидкости, а индекс «II» к нижнему слою; x, y, z — оси прямоугольной системы координат, причем ось z направлена вертикально вверх; $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ — компоненты вектора скорости течения; K^I, K^{II} — постоянные коэффициенты вертикального турбулентного обмена в верхнем и нижнем слое соответственно; g — ускорение свободного падения; η^I и η^{II} — отклонение поверхности жидкости и границы раздела слоев от их равновесных положений $z = 0$ и $z = h$ соответственно; ρ^I и ρ^{II} — постоянные плотности воды; H — глубина водоема; l — параметр Кориолиса.

Граничные условия для первого слоя имеют вид:

$$\rho^I K^I \left.\frac{\partial u^I}{\partial z}\right|_{z=0} = \tau_x^w,$$

$$\rho^I K^I \left.\frac{\partial v^I}{\partial z}\right|_{z=0} = \tau_y^w, \tag{5}$$

$$\rho^I K^I \left.\frac{\partial u^I}{\partial z}\right|_{z=-h} = K^{I2}\left(u^I - u^{II}\right),$$

$$\rho^I K^I \left.\frac{\partial v^I}{\partial z}\right|_{z=-h} = K^{I2}\left(v^I - v^{II}\right). \tag{6}$$

Граничные условия для второго слоя:

$$\rho^{II} K^{II} \left.\frac{\partial u^{II}}{\partial z}\right|_{z=-h} = \rho^I K^I \left.\frac{\partial u^I}{\partial z}\right|_{z=-h} = K^{I2}\left(u^I - u^{II}\right),$$

$$\rho^{II} K^{II} \left.\frac{\partial v^{II}}{\partial z}\right|_{z=-h} = \rho^I K^I \left.\frac{\partial v^I}{\partial z}\right|_{z=-h} = K^{I2}\left(v^I - v^{II}\right), \tag{7}$$

$$\left.u^{II}\right|_{z=-H} = 0,$$

$$\left.v^{II}\right|_{z=-H} = 0. \tag{8}$$

Здесь K^{I2} — коэффициент трения между слоями жидкости, τ_x, τ_y — напряжение ветра на невозмущенной свободной поверхности.

Уравнение неразрывности для первого и второго слоя имеют, соответственно, вид:

$$\left(\int_{-h}^{0} u^{I}\,dz\right)_x + \left(\int_{-h}^{0} v^{I}\,dz\right)_y = 0, \tag{9}$$

$$\left(\int_{-H}^{-h} u^{II}\,dz\right)_x + \left(\int_{-H}^{-h} v^{II}\,dz\right)_y = 0. \tag{10}$$

Для упрощения вычислений запишем систему уравнений (1)–(4) в комплексной форме.

Введем обозначения:

$$w^{I} = u^{I} + iv^{I}\,,\ \ w^{II} = u^{II} + iv^{II}\,,\ \ \tau_w = \tau_x + i\tau_y\,,$$

$$\frac{\partial\eta^{I}}{\partial n} = \frac{\partial\eta^{I}}{\partial x} + i\frac{\partial\eta^{I}}{\partial y}\,,\ \ \frac{\partial\eta^{II}}{\partial n} = \frac{\partial\eta^{II}}{\partial x} + i\frac{\partial\eta^{II}}{\partial y}\,.$$

$$S_1 = \frac{ig}{l}\frac{\partial\eta^{I}}{\partial n^{I}}\,,\ S_2 = \frac{ig}{l}\left(\frac{\rho^{I}}{\rho^{II}}\frac{\partial\eta^{I}}{\partial n} + \left(1 - \frac{\rho^{I}}{\rho^{II}}\right)\frac{\partial\eta^{II}}{\partial n}\right),$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{il}{K^{I}}}, \alpha_2 = \sqrt{\frac{il}{K^{II}}}\,.$$

Тогда общее решение системы уравнений (1)–(4) можно представить в виде:

$$w^{I} = D_1 e^{\alpha_1 z} + D_2 e^{-\alpha_1 z} + S_1, \tag{11}$$

$$w^{II} = D_3 e^{\alpha_2 z} + D_4 e^{-\alpha_2 z} + S_2\,, \tag{12}$$

а граничные условия (5)–(8) примут вид:

$$\begin{cases} \rho^I K^I \alpha_1 (D_1 - D_2) = \tau^w, \\ \rho^I K^I \alpha_1 \left(D_1 e^{-\alpha_1 h} - D_2 e^{\alpha_1 h} \right) = K^{I2} \left[D_1 e^{-\alpha_1 h} + D_2 e^{\alpha_1 h} + \right. \\ \left. + S_1 - D_3 e^{-\alpha_2 h} - D_4 e^{\alpha_2 h} - S_2 \right], \\ \rho^{II} K^{II} \alpha_2 \left(D_3 e^{-\alpha_2 h} - D_4 e^{\alpha_2 h} \right) = \rho^I K^I \alpha_1 \left(D_1 e^{-\alpha_1 h} - D_2 e^{\alpha_1 h} \right), \\ D_3 e^{-\alpha_2 H} + D_4 e^{\alpha_2 H} + S_2 = 0. \end{cases} \tag{13}$$

Легко заметить, что неизвестные D_1, D_2, D_3 и D_4 будут линейными комбинациями S_1, S_2 и τ^w.

Для нахождения величин S_1 и S_2 найдем полные потоки горизонтальных составляющих скорости. Воспользуемся соотношениями (11) и (12):

$$\int_{-h}^{0} w^I dz = \frac{D_1 - D_2}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_1} \left(D_1 e^{-\alpha_1 h} - D_2 e^{\alpha_1 h} \right) + h S_1 =$$
$$= \gamma_1 S_1 + \delta_1 S_2 + F_1 \tau_w.$$

Аналогично для второго слоя:

$$\int_{-H}^{-h} w^{II} dz = \frac{1}{\alpha_2} \left(D_3 e^{-\alpha_1 h} - D_4 e^{\alpha_1 h} \right) - \frac{1}{\alpha_2} \left(D_3 e^{-\alpha_1 H} - D_4 e^{\alpha_1 H} \right) +$$
$$+ (H - h) S_2 = \gamma_2 S_1 + \delta_2 S_2 + F_2 \tau_w.$$

В силу выполнения условия неразрывности (9) можно ввести функцию тока для верхнего слоя в соответствии с формулами

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial y} = \int_{-h}^{0} u^I dz = \mathrm{Re} \int_{-h}^{0} w^I dz, \qquad - \frac{\partial \Psi^I}{\partial x} = \int_{-h}^{0} v^I dz = \mathrm{Im} \int_{-h}^{0} w^I dz,$$

что приводит к соотношениям

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Psi^I}{\partial y} = \displaystyle\int_{-h}^{0} u^I dz = -\dfrac{g}{l}\operatorname{Re}\gamma_1 \dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} - \dfrac{g}{l}\operatorname{Im}\gamma_1 \dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} - \\ \quad -\dfrac{g}{l}\operatorname{Re}\delta_1\left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} + \left(1-\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial y}\right] - \\ \quad -\dfrac{g}{l}\operatorname{Im}\delta_1\left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} + \left(1-\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial x}\right] + \operatorname{Re}(F_1\tau_w), \\ -\dfrac{\partial \Psi^I}{\partial x} = \displaystyle\int_{-h}^{0} v^I dz = \dfrac{g}{l}\operatorname{Re}\gamma_1 \dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} - \dfrac{g}{l}\operatorname{Im}\gamma_1 \dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} + \\ \quad +\dfrac{g}{l}\operatorname{Re}\delta_1\left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} + \left(1-\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial x}\right] - \\ \quad -\dfrac{g}{l}\operatorname{Im}\delta_1\left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} + \left(1-\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial y}\right] + \operatorname{Im}(F_1\tau_w). \end{cases} \tag{14}$$

Чтобы получить уравнение для функции Ψ^I, продифференцируем первое уравнение системы (14) по y, второе — по x, и найдем разность этих уравнений:

$$\frac{\partial^2 \Psi^I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^I}{\partial y^2} = -\frac{g}{l}\operatorname{Re}\gamma_1\left(\frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2}\right) -$$
$$-\frac{g}{l}\operatorname{Re}\delta_1\left[\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\left(\frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2}\right) + \left(1-\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\left(\frac{\partial^2 \eta^{II}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta^{II}}{\partial y^2}\right)\right] +$$
$$+\frac{\partial \operatorname{Re}(F_1\tau_w)}{\partial y} - \frac{\partial \operatorname{Im}(F_1\tau_w)}{\partial x}. \tag{15}$$

Аналогично для второго слоя в силу (10) имеем:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Psi^{II}}{\partial y} = \displaystyle\int_{-h}^{0} u^{II} dz = -\frac{g}{l}\operatorname{Re}\gamma_2 \frac{\partial \eta^I}{\partial y} - \frac{g}{l}\operatorname{Im}\gamma_2 \frac{\partial \eta^I}{\partial x} - \\ \qquad -\dfrac{g}{l}\operatorname{Re}\delta_2 \left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}} \dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} + \left(1 - \dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right) \dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial y} \right] - \\ \qquad -\dfrac{g}{l}\operatorname{Im}\delta_2 \left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}} \dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} + \left(1 - \dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right) \dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial x} \right] + \operatorname{Re}(F_2 \tau_w), \\ -\dfrac{\partial \Psi^{II}}{\partial x} = \displaystyle\int_{-h}^{0} v^{II} dz = \frac{g}{l}\operatorname{Re}\gamma_2 \frac{\partial \eta^I}{\partial x} - \frac{g}{l}\operatorname{Im}\gamma_2 \frac{\partial \eta^I}{\partial y} + \\ \qquad +\dfrac{g}{l}\operatorname{Re}\delta_2 \left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}} \dfrac{\partial \eta^I}{\partial x} + \left(1 - \dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right) \dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial x} \right] - \\ \qquad -\dfrac{g}{l}\operatorname{Im}\delta_2 \left[\dfrac{\rho^I}{\rho^{II}} \dfrac{\partial \eta^I}{\partial y} + \left(1 - \dfrac{\rho^I}{\rho^{II}}\right) \dfrac{\partial \eta^{II}}{\partial y} \right] + \operatorname{Im}(F_2 \tau_w), \end{cases} \tag{16}$$

что позволяет получить уравнение для функции тока во втором слое:

$$\frac{\partial^2 \Psi^{II}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^{II}}{\partial y^2} = -\frac{g}{l}\operatorname{Re}\gamma_2 \left(\frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2} \right) -$$

$$-\frac{g}{l}\operatorname{Re}\delta_2 \left[\frac{\rho^I}{\rho^{II}} \left(\frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta^I}{\partial y^2} \right) + \left(1 - \frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right) \left(\frac{\partial^2 \eta^{II}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta^{II}}{\partial y^2} \right) \right] +$$

$$+\frac{\partial \operatorname{Re}(F_2 \tau_w)}{\partial y} - \frac{\partial \operatorname{Im}(F_{12} \tau_w)}{\partial x}. \tag{17}$$

В уравнения (15), (17) входят неизвестные величины $\frac{\partial \eta^I}{\partial x}$, $\frac{\partial \eta^I}{\partial y}$, $\frac{\partial \eta^{II}}{\partial x}$ и $\frac{\partial \eta^{II}}{\partial y}$.

Чтобы исключить их, продифференцируем первое уравнение системы (14) по x, второе уравнение — по y и найдем сумму этих уравнений:

$$-\frac{g}{l}\operatorname{Im}\gamma_1\left(\frac{\partial^2\eta^I}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta^I}{\partial y^2}\right)-$$

$$-\frac{g}{l}\operatorname{Im}\delta_1\left[\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\left(\frac{\partial^2\eta^I}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta^I}{\partial y^2}\right)+\left(1-\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\left(\frac{\partial^2\eta^{II}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta^{II}}{\partial y^2}\right)\right]+$$

$$+\tilde{F}_1(\tau_w)=0, \tag{18}$$

где $\tilde{F}_1(\tau_w)=\frac{\partial}{\partial x}\operatorname{Re}(F_1\tau_w)+\frac{\partial}{\partial y}\operatorname{Im}(F_1\tau_w)$.

Продифференцировав первое уравнение системы (16) по x, а второе уравнение — по y и найдя сумму этих уравнений, получим:

$$-\frac{g}{l}\operatorname{Im}\gamma_2\left(\frac{\partial^2\eta^I}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta^I}{\partial y^2}\right)-$$

$$-\frac{g}{l}\operatorname{Im}\delta_2\left[\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\left(\frac{\partial^2\eta^I}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta^I}{\partial y^2}\right)+\left(1-\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\left(\frac{\partial^2\eta^{II}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta^{II}}{\partial y^2}\right)\right]+$$

$$+\tilde{F}_2(\tau_w)=0, \tag{19}$$

где $\tilde{F}_2(\tau_w) = \frac{\partial}{\partial x}\mathrm{Re}(F_2\tau_w) + \frac{\partial}{\partial y}\mathrm{Im}(F_2\tau_w)$. Решив систему линейных уравнений (18)–(19), находим выражения $\left(\frac{\partial^2\eta^I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\eta^I}{\partial y^2}\right)$ и $\left[\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\left(\frac{\partial^2\eta^I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\eta^I}{\partial y^2}\right) + \left(1 - \frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)\left(\frac{\partial^2\eta^{II}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\eta^{II}}{\partial y^2}\right)\right]$ как функции от напряжения ветра. Подставив эти функции в уравнения (15) и (17), полностью определяем правые части уравнений Пуассона для функций тока в первом и втором слоях. На границе бассейна G ставятся стандартные [1] в таких случаях условия $\Psi_G{}^I = 0$ и $\Psi_G{}^{II} = 0$.

После нахождения функций Ψ^I и Ψ^{II} величины $\frac{\partial\eta^I}{\partial x}$, $\frac{\partial\eta^I}{\partial y}$, $\frac{\partial\eta^{II}}{\partial x}$ и $\frac{\partial\eta^{II}}{\partial y}$ находятся из системы уравнений (14), (16), а скорости течения определяются по формулам (11) и (12).

Случай $K^{I2} = 0$ соответствует ситуации, когда верхний слой движется по нижнему без трения и формулы (11)–(13) определяют движение однородной жидкости в верхнем слое глубины h с условиями проскальзывания без трения на дне в бассейне глубины h, а жидкость в нижнем слое не движется. Решение уравнений (11)–(13) для верхнего слоя в этом случае, как и следовало ожидать, совпадает с решением, полученным в работе [9] для случая движения однородной однослойной жидкости с условиями проскальзывания без трения на дне.

Таким образом, показана разрешимость задачи о стационарном движении неоднородной двухслойной жидкости в бассейне с ровным дном. Получение аналитического решения для этой же модели движения неоднородной жидкости при условии, что дно неровное, принципиальных трудностей не имеет.

Рассмотрим случай движения двухслойной жидкости в круговом цилиндре радиуса R под действием ветра, который задается формулой $\tau_w = y - ix$. В этом случае $\tilde{F}_1(\tau_w)$, $\tilde{F}_2(\tau_w)$ — постоянные величины и, следовательно, в силу (15) и (17) уравнения Пуассона для функции тока в верхнем и нижнем слое имеют вид

$$\frac{\partial^2 \Psi^I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^I}{\partial y^2} = A, \quad \frac{\partial^2 \Psi^{II}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^{II}}{\partial y^2} = B,$$

где A и B — некоторые числа. На границе бассейна $x^2 + y^2 = R^2$ ставятся граничные условия $\Psi^I = 0$ и $\Psi^{II} = 0$. Известно, что в этом случае решение уравнение Пуассона выписывается в явном виде:

$$\Psi^I = \frac{A}{4}(x^2 + y^2 - R^2), \quad \Psi^{II} = \frac{B}{4}(x^2 + y^2 - R^2).$$

Подстановка этих выражений в (14)–(16) дает возможность определить наклоны свободной поверхности и проанализировать дрейфовую и геострофическую составляющие течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Welander, P. Wind-driven circulation in one- and two-layer oceans of variable depth // Tellus XX, 1968. — Vol. 1. — P. 1–16.
2. Wang, Y. Three-dimensional wind-induced baroclinic circulation in rectangular basin // Advances in Water Resourses, 2001. — Vol. 24. — P. 11–27.
3. Hutter, K. Forced motion response in enclosed lakes. Physical processes in lakes and oceans // Coastal and estuarine studies, 1988. — Vol. 54. — P. 137–166.
4. Еремеева Г.В., Филиппов Ю.Г., Шкудова Г.Я. Некоторые особенности циркуляции в районах отмелых и приглубых шельфов глубоких морей // Гидродинамические методы моделирования процессов на морях СССР: сб. / М.: Гидрометеоиздат, 1987. — С. 47–55.
5. Чикин А.Л. Построение и численное исследование 3D модели гидродинамики Азовского моря // Вычислительные технологии. Спец. вы-

пуск: «Труды международной конференции RDAMM–2001», 2001. — Т. 6. — Ч. 2. — С. 686–691.
6. Heaps N.S., Ramsbottom A.E. Wind effect on the water in a narrow two-layered lake // Phil. Trans. Of the Royal Soc. Of London. Ser A. 1966. Vol. 259. — № 11-2. — P. 391–430.
7. Добровольская З.Н., Епихов Г.П., Корявов П.П., Моисеев Н.Н. Математические модели для расчета динамики и качества сложных водных систем // Водные ресурсы, 1981. — №3. — С. 33–51.
8. Добровольская З.Н., Симонов А.И. Математическое моделирование течений в стратифицированном водоеме // Моделирование и экспериментальные исследования гидрологических процессов в озерах: сб. / Л.: Наука, Ленинградское отделение, 1986. — С. 6–10.
9. Гаврилова Л.В., Гапеева Т.В., Компаниец Л.А. Обобщение решения уравнений типа Экмана на случай переменного коэффициента турбулентного обмена // Математика. Компьютер. Образование: сб. / Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005. — Т. 12. — Ч. 2. — С. 660–666.

THE ANALUTICAL SOLUTION OF ONE MODEL OF THE TWO-LAYER LIQUID CURRENT (3-D CASE)

Gapeeva T. V., Gurevich K. Yu., Kompaniets L. A.

(Russia, Krasnoyarsk)

In 1923 Ekman developed a theory for the homogeneous sea-level changes produced in a deep sea by the action of a steady wind. In 1956 Welander extended the theory to a shallow sea. In the present paper the theory is extended to the two-layer model. If the basin has cylindrical form one may to obtain the explicit form of analytical solution.