

ВОСПИТАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ У ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Аксютин И. В.

(Россия, Астрахань)

Значительное место в мыслительном процессе занимает пространственное мышление. Нами разработаны содержание и методика проведения занятий, характеризующихся изменением: методов приобретения знаний, содержания и строения учебных предметов для развития пространственного мышления в процессе обучения геометрии.

Ни один школьный предмет не может конкурировать с возможностями математики в воспитании мыслящей личности. Особое значение математики в умственном развитии отметил еще в XVIII веке М. В. Ломоносов: «Математику уже затем любить следует, что она ум в порядок приводит».

В любой современной системе общего образования математика занимает одно из центральных мест, что, несомненно, говорит об уникальности этой области знаний. Выдающийся физик Р. Фейнман [1] писал: «Математика — орудие для размышления. В ней сконцентрированы результаты точного мышления многих людей. При помощи математики можно связать одно рассуждение с другим. ... Очевидные сложности природы с ее странными законами и правилами, каждое из которых допускает отдельное очень подробное объяснение, на самом деле тесно связаны. Однако если вы не желаете пользоваться математикой, то в этом огромном многообразии фактов вы не увидите, что логика позволяет переходить от одного к другому».

Таким образом, математика позволяет сформировать определенные формы мышления, необходимые для изучения окружающего нас мира.

В настоящее время все более осязаемой становится диспропорция между степенью наших познаний природы и пониманием человека, его психики, процессов мышления. У. У. Сойер [2] в книге "Прелюдия к математике" пишет: "Можно научить учеников решать достаточно много типов задач, но подлинное удовлетворение придет лишь тогда, когда мы сумеем передать нашим воспитанникам не просто знания, а гибкость ума", которая дала бы им возможность в дальнейшем не только самостоятельно решать, но и ставить перед собой новые задачи.

Конечно, здесь существуют определенные границы, о которых нельзя забывать: многое определяется врожденными способностями, талантом. Однако можно отметить целый набор факторов, зависящих от образования и воспитания. Это делает чрезвычайно важной правильную оценку огромных неиспользованных еще возможностей образования в целом и математического образования в частности.

Каково же влияние математики вообще и школьной математики в частности на воспитание творческой личности? Обучение на уроках математики искусству решать задачи доставляет нам исключительно благоприятную возможность для формирования у учащихся определенного склада ума. Важное влияние оказывает курс математики на формирование различных форм мышления: логического, пространственно-геометрического, алгоритмического. Любой творческий процесс начинается с формулировки гипотезы. Математика при соответствующей организации обучения, будучи хорошей школой построения и проверки гипотез, учит сравнивать различные гипотезы, находить оптимальный вариант, ставить новые задачи, искать пути их решения. Помимо всего прочего, она вырабатывает еще и привычку к методичной работе, без которой не мыслим ни один творческий процесс.

Необходимость исследовательской деятельности развивает интерес к закономерностям, учит видеть красоту и гармонию человеческой мысли.

Значительное место в мыслительном процессе занимает пространственное мышление. Анализ публикаций журнала

"Математика в школе" за последние годы, показывает, что поиск средств для развития пространственного мышления в процессе обучения математике является актуальным. В качестве таких средств рассматриваются различные возможности, направленные на изменение методов приобретения знаний, содержания и строения учебных курсов.

За последние два года в Астраханском инженерно – строительном институте был проведен сравнительный анализ результатов входного тестирования (задания теста поделены на три части: задачи по алгебре, задачи по планиметрии, задачи по стереометрии), оказалось, что абитуриенты имеют достаточно слабую базу по геометрии. Можно сказать, что подготовка учеников по курсу планиметрии (7 – 9 классы) удовлетворительная, а по курсу стереометрии (10 – 11 классы) — практически нулевая. (Рис.1).

Речь здесь не идет о стереометрических знаниях учащихся и неумении их решать сложные задачи, а об их геометрическом мышлении и геометрических представлениях, так как развитие геометрического и пространственного мышления учащихся является важнейшей задачей уроков геометрии.

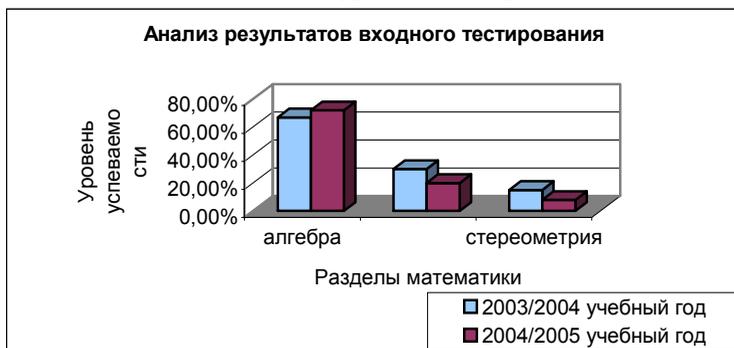


Рис.1

Одной из причин создавшейся ситуации можно назвать отсутствие необходимых наглядных средств при работе на уроке и в недостатке их для каждого учащегося. Ученики должны уметь применять наглядные средства в своей работе, сравнивать их положения в пространстве между собой и

относительно друг друга, моделировать, уметь грамотно изображать планиметрические и стереометрические фигуры на чертеже и правильно их читать. На уроках геометрии, особенно в части стереометрии, никогда не следует забывать о наглядности, и её применению всегда должно быть уделено значительное место. Стереометрический материал, изучаемый в 10 – 11 классах, требует от учащихся хорошего пространственного мышления. Поэтому, как известно, перед большинством учащихся при решении задач возникает множество препятствий. Во многих кабинетах математики имеются стандартные наборы моделей тел вращения, сделанные из твердого материала (дерева или пластмассы), и они успешно применяются учителями при практических и лабораторных работах. Но, из-за непрозрачности этих моделей, многие их элементы ученикам показать невозможно. А модели, сделанные из плексигласа или каркасные модели имеются не во всех кабинетах математики.

Для того чтобы решить данную проблему можно из подручных средств легко изготовить необходимые и недостающие для уроков модели стереометрических фигур, которые легки по своей массе, безопасны и, кроме того, прозрачны.

Для изготовления, например, модели цилиндра нам понадобится прозрачная пластиковая бутылка, ножницы и скотч. Но, прежде всего, выполняются необходимые вычисления (радиус, высота), изготавливается развертка будущей модели, и полученные детали соединяются между собой. Для такой работы можно провести комплексный урок «геометрия + черчение» по теме «Построение разверток геометрических тел. Вычисление площади поверхности тел». Целью данного урока является формирование умения учащихся выполнять построения разверток геометрических тел; вычислять площадь поверхности геометрических тел; развивать аккуратность графических построений.

На данном уроке работают два педагога: учитель математики и учитель черчения, с их помощью ребята учатся строить

развертки геометрических тел. А, кроме того, учатся вычислять площади поверхности тел, используя имеющиеся у них знания.

В завершении урока предлагается задача: «Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна Q . Найти площадь основания цилиндра. Построить развертку данного тела»

Решая данную задачу, учащиеся самостоятельно или с помощью учителей выполняют построение цилиндра и его развертки, находят решение. После удачного завершения работы на бумаге, переходим к изготовлению модели цилиндра:

➤ ученикам предлагается предварительно продумать, где встречается предполагаемых размеров цилиндр, например поршень в машине или резервуар с водой и т.д. (применение математики на практике), аккуратно отрезаем верхнюю и нижнюю части бутылки и разрезаем вдоль получившуюся заготовку для цилиндра;

➤ точно измеряем длину получившегося прямоугольника и, используя формулу длины окружности $L = 2\pi R$, вычисляем радиус основания (R). Циркулем чертим окружность с заданным радиусом на оставшихся кусочках бутылки. Получили три детали: прямоугольник и две окружности.

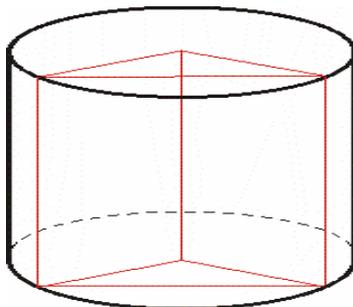
➤ скотчем склеиваем сначала боковую поверхность цилиндра, а потом, перегибая скотч, приклеиваем верхнее и нижнее основания цилиндра.

Ученикам было предложено принести разнообразные пластиковые бутылки (разного диаметра), таким образом, у каждого получился «свой» цилиндр, т.е. расчеты и построения выполняются для каждого конкретного случая.

Такие модели очень удобны для практического применения на уроках геометрии, в них можно показать такие элементы как высота, радиус основания, разнообразные углы. Все это легко сделать, используя разноцветные нити или проволоку. Для более наглядного примера разберем следующую задачу.

Задача: Высота цилиндра 8 м, радиус основания 5 м. Цилиндр пересечен плоскостью так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси.

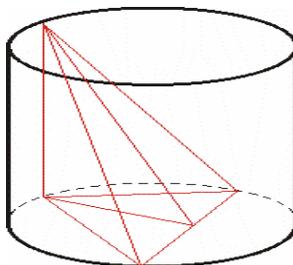
Для решения данной задачи преподаватель может применить изготовленную модель цилиндра, произведя «дополнительные построения» разноцветными нитями (плоскость сечения цилиндра, стороны основания и боковые ребра прямой треугольной призмы, расстояние от сечения до оси цилиндра).



У многих учеников пространственное воображение развито недостаточно, поэтому для них усложняется представление полной геометрической фигуры по её плоскостному изображению. На одном из уроков по теме «Вписанная и описанная пирамида» предлагается следующая задача.

Задача: В цилиндр, образующая которого равна L , вписана пирамида так, что ее основание, являющееся правильным треугольником, вписано в основание цилиндра, а вершина находится на другом основании цилиндра. Зная, что две боковые грани пирамиды перпендикулярны к основанию, а третья образует с основанием двугранный угол α , найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Решение такой задачи при применении сделанной модели цилиндра с «вписанной» в него пирамидой (дополнительное построение с использованием цветных нитей) дает возможность учащимся рассматривать вписанную пирамиду с разных сторон, помогает представить необходимые для решения задач элементы, например двугранный угол α и, вместе с тем, значительно упрощает процесс решения задачи.



Для более продуктивного восприятия таких тем, как расположение прямых, прямой и плоскости относительно друг друга, сечение многогранников плоскостью, и при решении задач помогает оригинальная методическая находка — наглядное пособие, которое помогает развивать пространственные представления, воображение, мышление. Речь идет о комплекте, состоящем из нескольких кусков пенопласта различной формы (модели плоскостей) и вышедших из употребления стержней от ручек (модели прямых). Так как стержни имеют металлические концы, то ими легко можно проткнуть пенопласт и расположить стержни в разных положениях относительно плоскости. Применение этого пособия активизирует работу каждого ученика, дает им возможность творчески работать. Каждый учащийся может сделать у себя дома такие «плоскости» и «прямые» и, с таким же успехом как в классе, может применять их при выполнении домашних заданий.

Даже если модели, сделанные учениками, получатся не очень красивыми, эта работа позволяет не только воспитывать такие качества, как старательность, усердие, точность, внимательность, терпение, но и помогает развивать геометрическое мышление, пространственное представление, воображение учеников.

Значимость стереометрических представлений для любого нормального человека признавалась всегда. В современной школе сложилась практика изучения геометрии в следующей последовательности: вначале изучаем планиметрию (7 – 9 класс) и лишь затем — стереометрию (10 – 11 класс). Однако психологи отмечают, что уже школьники шестого класса готовы к восприятию и оперированию мысленными пространственными объектами, поэтому изучение только двумерных фигур тормозит развитие пространственного мышления. На этапах развития методики преподавания математики поднимался неоднократно вопрос о реализации идеи фузионизма (одновременного изучения стереометрии и планиметрии).

Так Ф. Клейн [3] подробно анализируя состояние школьного образования по геометрии в Англии, Германии, Италии, Франции, рассматривает несколько фузионистских учебников, которые были изданы в этих странах. Отмечая при этом тот факт, что к середине 19 века в учебных учреждениях Италии совместное преподавание стереометрии и планиметрии было повсеместным.

Своё одобрение фузионистских учебников он подкрепляет ссылкой на мнение психологов о том, что "природная пространственная интуиция должна поневоле захиреть, если с самого начала приучать ребенка чертить исключительно на двумерной бумаге и тем искусственно ограничивать его наглядные представления" ([3], с. 186).

Почти через полтора столетия после попытки создания фузионистского учебника (1823 год) великим нашим соотечественником Н. И. Лобачевским в практику современной школы начали проникать первые опыты создания учебников основанных на концепции фузионизма. Созданы учебники для 5 – 6 классов, в которых элементам стереометрии уделено большое внимание. Речь идет о следующих учебниках:

- *Гусев В. А.* **Геометрия-7: Экспериментальный учебник. Часть 3.**, М.: Авангард, 1999. 96с.;

- **Математика: Учебник для 5 класса общеобразовательных учреждений;** *Под редакцией Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина.* – М.: Просвещение, 2001. 368 с.;

- *Вернер А. Л., Рыжик В. И., Ходот Т. Г.* **Геометрия: Учебное пособие для 8 класса общеобразовательных учреждений/** М.: Просвещение, 2001., 192 с.;

- *Вернер А. Л., Рыжик В. И., Ходот Т. Г.* **Геометрия: Учебное пособие для 9 класса общеобразовательных учреждений/** М.: Просвещение, 2001., 202 с.

Однако, как и всяким новым пособиям, этим книгам предстоит доказывать, что они действительно доступны учащимся и нужны школе.

По многим причинам идеи фузионизма отсутствуют в школьной программе. Еще во времена Евклида стали писать

учебники и изучать отдельно стереометрию и планиметрию, а авторитет его "Начал" заслуженно высок. Наряду с этим не было общественного заказа на фузионистский учебник по геометрии, так как только в наше время появляются и становятся массовыми профессии операторов, конструкторов, дизайнеров, диспетчеров, чья профессиональная деятельность неразрывно связана с наиболее развитыми формами пространственного мышления.

При решении простых задач по формированию образов пространственных тел, таких как куб, шар, пирамида и т.д. преподаватель опирается на вещественные модели, принадлежащие к первой группе учебной наглядности по классификации И. С. Якиманской [4], которые обеспечивают успешное решение этих первоначальных стереометрических задач. Для решения более сложных задач, таких как изображение пересечения двух плоскостей, построение сечения многогранника плоскостью, необходимо наличие чертежа. Только выход на другую наглядность, сочетающую в себе достоинства первой группы и второй (чертеж относится к второй группе), мог бы помочь учащимся справиться с задачами, для решения которых нужно видеть тело изнутри, изменять их строение. Такую группу наглядности образуют перспективные изображения на экране компьютера. Таким образом, используя потенциальные возможности современных компьютерных технологий можно подойти к формированию нового подхода по созданию методики развития пространственного мышления учащихся в процессе обучения геометрии.

Максимально раскрывая возможности человеческого мышления, математика является его высшим достижением. Она помогает человеку в осознании самого себя и формирования своего характера.

Список литературы:

1. Фейнман Р. Характер физических законов. М.: Мир. 1968.
2. Сойер У. У. Прелюдия к математике. М.: Просвещение. 1972. 192 с.

3. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Геометрия. т II. М., Наука, 1987.416 с.
4. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников. М., Педагогика, 1980. 238 с.

EDUCATION OF SPATIAL THINKING AT SCHOOLCHILDREN

Aksyutina I. V.

(Russia, Astrakhan)

The spatial thinking occupies an important place in the understanding process. We worked out the contents and methods of teaching, which are characterized by the change of methods of the knowledge acquirement, the change of contents and structures of subjects for the development of spatial thinking at training geometry.