

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО ЛОГИСТИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ, РОДСТВЕННЫХ ДИСКРЕТНЫХ СТРУКТУР И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Безрядина И. А., Дубровский С. А.

(Россия, Липецк)

Исследуется дискретное логистическое отображение и родственные ему структуры. Вскрыт новый эффект, связанный с инверсией фазы, приводящей к изменению направления обхода цикла при полном сохранении исходной топологии бифуркационной диаграммы. Показана возможность долгосрочного прогнозирования временных рядов технологических параметров производственных процессов с помощью логистического отображения.

Исследованию логистического отображения и его структурных аналогов посвящено огромное число работ (см., например, [1–7]). В настоящей работе делается попытка получения новых результатов в этом направлении, а также применить дискретное отображение для исследования и прогнозирования реальных временных рядов.

Рассматривается одномерное логистическое отображение (1), явная разностная аппроксимация первого порядка дифференциального уравнения Ферхюльста (2) [5], а также их некоторая взвешенная с коэффициентом δ комбинация (3).

$$x_{n+1} = \lambda x_n - \lambda x_n^2 = \lambda x_n (1 - x_n) \quad (1)$$

$$x_{n+1} = (1 + \Delta\lambda)x_n - \Delta\lambda x_n^2 = x_n + \Delta\lambda x_n (1 - x_n) \quad (2)$$

$$x_{n+1} = (1 - \delta)x_n + \Delta\lambda x_n (1 - x_n) \quad (3)$$

Для построения бифуркационной диаграммы задавали значения на каждой ветви разноцветными точками, соединяя их прямыми линиями, что даёт возможность более полно представить

картину её поведения. Для устранения переходных процессов все точки на диаграмме брались на трёхсотой итерации после начала расчёта. Исследование осуществляли при разных начальных условиях x_0 . Шаг по λ брался равным 0,001.

При изучении бифуркационных диаграмм всех уравнений обнаружено новое явление до сих пор, как нам кажется, не описанное в литературе. Его смысл заключается в том, что существует определённое критическое значение параметра λ , при незначительном увеличении которого происходит переход между ветвями, при этом сохраняется общая топология бифуркационной диаграммы. Это явление можно назвать эффектом инверсии фазы (смены направления обхода цикла). Причём в логистическом отображении при $x_0 = 0,1$ оно возникает на двойном цикле при $\lambda = 3,334$ и на цикле четвёртого порядка при $\lambda = 3,493$ на каждой из пары ветвей (верхней и нижней). В дискретном отображении (3) при том же x_0 оно возникает на цикле четвёртого порядка при $\lambda = 3,028$, $\delta = 0,5$ и $\Delta = 1$. Бифуркационные диаграммы этих уравнений приведены на рисунках 2 и 3.

Наличие такого перескока можно связать с изменением фазы. На рис. 1 показано, каким образом происходит бифуркация инверсии фазы на двойном цикле. Стрелками отмечено, как происходит смена направления обхода цикла. При критическом значении λ цикл как бы «пробуксовывает».

При последующих шагах удвоения периода, как это видно из рис. 2б и 3б, обнаруживается всё увеличивающийся каскад этих инверсионных переходов, причём переход между ветвями осуществляется не только между ближними соседями (см. рис. 3б, $\lambda = 3,068$ или $\lambda = 3,052$). Данное явление имело место для всех трёх уравнений.

Было замечено, что инверсия фазы на циклах малого порядка возникает в окрестности тех значений начальных условий, для которых развитие процесса в переходный период проходит в окрестности точки неустойчивого равновесия. Критические области значений начальных условий находятся в окрестности

$x_0 = 0,1; 0,3; 0,7$ и $0,9$. При нарастании порядка циклов вероятность попадания траекторий в окрестности точки неустойчивого равновесия резко возрастает, порождая каскад инверсий фазы, обеспечивающий эффект перемешивания траекторий. Плавное изменение x_0 в окрестности $x_0 \in [0,29; 0,33]$ показало перемещение $\lambda_{кр}$, при котором исходит инверсия фазы, на втором цикле в противоположном относительно развития бифуркационной диаграммы направлении согласно линейному уравнению $\lambda_{кр} = -9,9515x_0 + 6,3128$. Аналогичное движение наблюдается и на других циклах.

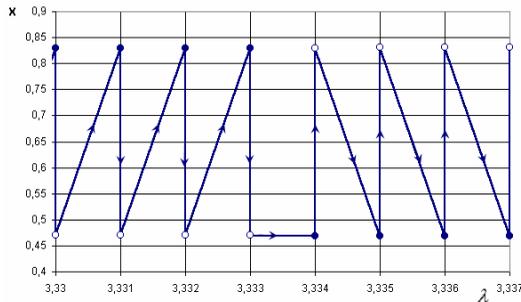
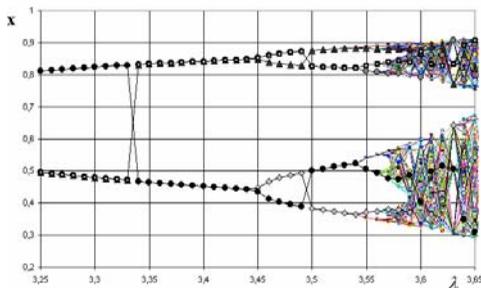


Рис. 1 Инверсия фазы на цикле периода II. Закрашенные точки соответствуют i итерации, а незакрашенные — $i + 1$

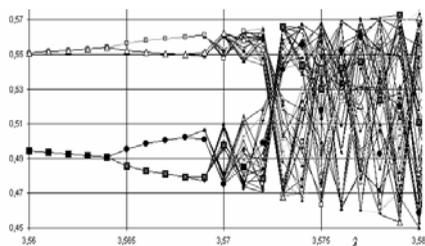
Для анализа устойчивости неподвижной точки в окрестностях инверсии фазы логистического отображения вычислялось значение мультипликатора. На циклах периода II и IV не происходит резкого изменения мультипликатора вблизи точек перескока: на II цикле его значение плавно меняется в диапазоне $[-0,438; -0,452]$, а на IV цикле $[0,159; 0,096]$. Следовательно, мультипликатор не отражает факт изменение фазы, а характеризует только устойчивость границ ветвления бифуркационной диаграммы.

Не исключено, что такие нарастающие каскады инверсии фазы и являются причиной рождения динамического хаоса. Они дополняют усиление сложности поведения динамических сис-

тем, рождаемое эффектом удвоения периода за счёт эффекта перемешивания.



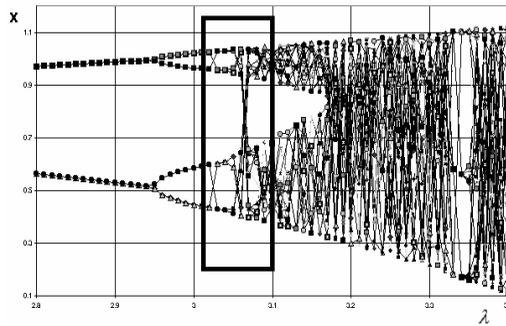
а)



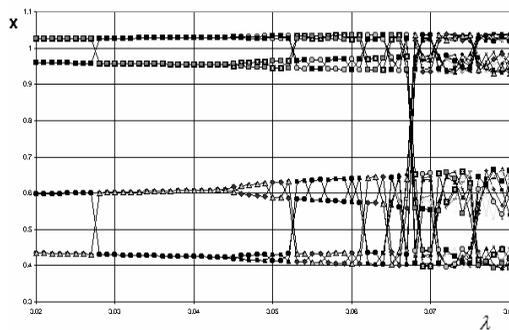
б)

Рис. 2 Бифуркационная диаграмма уравнения (1) (для наглядности взята каждая 10 точка) а) – часть бифуркационной диаграммы одномерного логистического отображения, начиная с цикла второго порядка; б) – увеличенная часть бифуркационной диаграммы внутри квадрата в а)

Эффект знакопеременной фазы (изменение направления обхода цикла на диаграмме Ламерея) при изменении бифуркационного (управляющего) параметра λ порождает дополнительные «возбуждения» в поведении системы, которые, в ряде случаев, предопределяют нарушение устойчивости конкретных циклов определённого порядка. К сожалению, в настоящее время закономерность их появления в зависимости от параметра λ нам установить не удалось.



а)



б)

Рис. 3 Бифуркационная диаграмма уравнения (3), а) – часть бифуркационной диаграммы, начиная с цикла второго порядка (для наглядности взята каждая 10 точка); б) – увеличенная часть бифуркационной диаграммы внутри квадрата в а)

Во второй части работы исследовалась возможность долгосрочного прогнозирования временных рядов металлургических процессов с использованием логистического отображения. Косвенным подтверждением возможности его применения в этих целях является его использование при феноменологическом описании некоторых процессов в гидродинамике, электронике и других областях [5]. Следует также отметить, что многие технологические процессы имеют сложную внутреннюю динамику с внутренними положительными и отрицательными обратными связями, эффектами нелинейного взаимодействия, которые порождают рождение, перестройку и разрушение пространственно-

временных диссипативных структур на базе принципов внутренней самоорганизации. В чёрной металлургии к таким процессам в первую очередь относится процесс производства чугуна в доменных печах. В связи со сложными физико-химическими процессами, протекающими в шахте доменной печи, по её металлическому корпусу текут токи, генерируемые внутренней ЭДС. Расшифровка этого сигнала позволила связать его с уровнем наполнения горна жидкими продуктами плавки, и сигнал ЭДС стали интерпретировать как уровень расплава, отмасштабированный в процентах. Вместе с тем нам представляется, что этот сигнал содержит в себе намного больше информации.

Поэтому была предпринята попытка его долгосрочного прогнозирования на уровне усреднённых за 10 часов наблюдений, что позволяет нивелировать влияние колебаний уровня расплава в печи (выпуска чугуна и шлака осуществляются с периодичностью 1–1,5 часа).

В качестве прогностического алгоритма использовали логистическое отображение (1). На первом этапе осуществлялось обучение: подбиралось такое значение λ , при котором отклонение значения логистического отображения от фактического временного ряда, являющееся аналогом расстояния (нормы)

Хэмминга, $\sigma_M = \sum_{i=1}^n |x_i^f - x_i|$, где x_i^f — фактические данные,

x_i — прогнозируемые значения, принимало минимальное значение. Исходный временной ряд перед обучением нормировался путём вычитания минимального значения и деления на размах. Затем на экзаменуемой выборке запускался «обученный» по λ логистический алгоритм, данные расчёта которого ренормировались в масштаб исходного сигнала ЭДС, при этом никакой информацией о поведении экзаменуемого ряда алгоритм не располагал. Точность долгосрочного прогноза оценивалась по визуальному совпадению характера поведения кривых и по величине среднемодульного отклонения. Результаты обучения и экзамена для одной из выборок представлены на рис. 4. Не трудно заметить, что долгосрочный прогноз на более, чем

20 суток показывает удивительное совпадение. На других выборках наблюдалась весьма схожая ситуация.

Долгосрочное прогнозирование уровня расплава, давшее многообещающий результат, безусловно требует своего теоретико-технологического объяснения. Как первоначальную рабочую гипотезу можно выдвинуть предположение о том, что генерация сигнала ЭДС, интерпретируемого как уровень расплава, предопределяется сложными внутренними нелинейными динамическими эффектами в доменной печи и как основной из них циркуляция оксидов щелочей и цинка. При этом параметр можно интерпретировать как относительно количество накопленных в печи циркулирующих оксидов. Следовательно, логистическое отображение может быть использовано в качестве основы математической модели, характеризующей динамику поведения цинка в доменной печи.

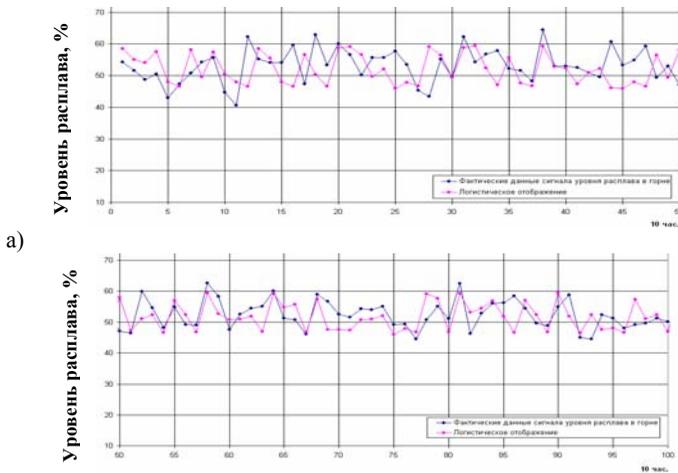
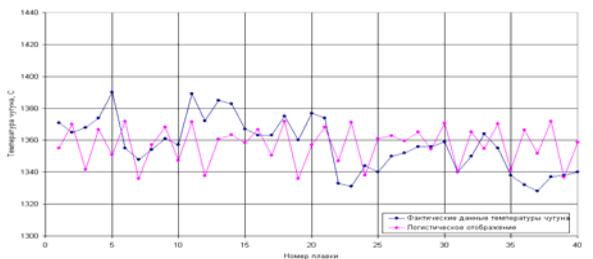


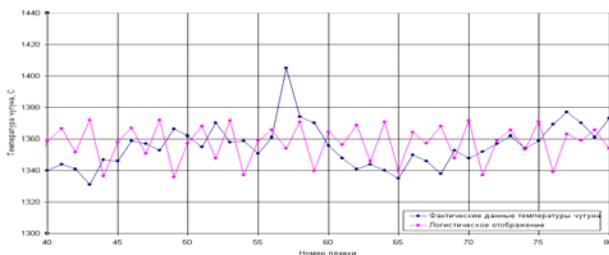
Рис. 4 Модель прогнозирования логистическим отображением сигнала уровня расплава: а) – обучение, б) – экзамен

Для подтверждения влияния на точность долгосрочного прогнозирования внутренней нелинейной динамики во втором примере были взяты временные ряды температуры чугуна из ковшей, идущих в кислородно-конвертерный передел для произ-

водства стали. Чугун заливается в чугуновозные ковши из миксера (усреднительная ёмкость) и случайные флуктуации температуры от ковша к ковшу объясняются ошибками измерения и технологическими причинами, связанные с простоями ковшей перед заливкой чугуна в конвертер. Априори можно было утверждать, что эффект долгосрочного прогноза здесь не должен сработать. Это нетрудно заметить из результатов, приведённых на рис. 5.



а)



б)

Рис. 5. Модель прогнозирования логистическим отображением температуры чугуна: а) – обучение, б) – экзамен

Выводы:

1. Вскрыт новый эффект инверсионного перехода (инверсия фазы) между ветвями бифуркационных диаграмм с полным сохранением их топологии для логистического отображения и родственным ему структурам.

2. На циклах высокого порядка отмечено наличие каскадов инверсионных переходов, приводящих к эффекту «перемешивания» траекторий.

3. Исследована возможность использования логистического отображения для долгосрочного прогнозирования временных рядов выходных переменных доменного процесса производства чугуна, обладающего сложной внутренней структурой и значительными эффектами нелинейного взаимодействия. Управляющий параметр λ предложено интерпретировать как косвенный показатель накопления в печи циркулирующих оксидов.

Список литературы:

1. Feigenbaum M. J. Universal behavior in nonlinear systems // Los Alamos Sci. 1 (1980). № 1. P. 4-27.
2. Неймарк Ю. И. Методы точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972.
3. Неймарк Ю. И., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.
4. Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990.
5. Малинецкий Г. Г. Хаос. Структура. Вычислительный эксперимент// Г. Г. Малинецкий. М.: Наука, 1997. 276 с.
6. Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.
7. Богдашкин Н. Н., Дубровский С. А. Феноменологические модели и нелинейная динамика металлургических процессов: Монография// Н. Н. Богдашкин, С. А. Дубровский. – Липецк: ЛГТУ, 2003. 151 с.

EXAMINATION OF ONE DIMENSIONAL LOGISTIC MAP, RELATED TO THEM DESCRETE STRUCTURES. USING OF THEM IN TASKS OF LONG – TERM PREDICTION

Bezryadina I. A., Dubrovskiy S. A.

(Russia, Lipetsk)

In the work is considered a discrete logistic map and related to them structures. A new effect of a phase inversion which results in change of direction of way round of cycle is found with a complete preservation of primary topology of the bifurcation diagram. Possibility of a long-term prediction of timing rows of technological parameters of production processes with the logistic map is shown.