

# ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ МОЛЕКУЛЫ ДНК

Ковалева Н. А., Маневич Л. И.

(Россия, Москва)

*Рассмотрена простейшая модель, описывающая раскрытие двойной спирали ДНК. Соответствующие дифференциальные уравнения решены аналитически после перехода к комплексным переменным с использованием техники многомасштабных разложений. Полученное решение соответствует локализованному нелинейному возбуждению — бризеру. Аналитические результаты сопоставлены с данными численного моделирования. Изучена устойчивость бризеров.*

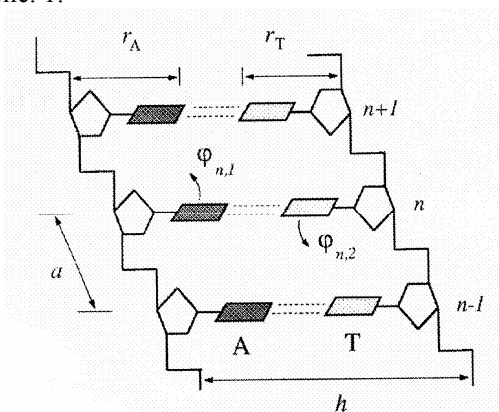
**Введение.** Анализ основных типов внутреннего движения и их динамические характеристики опубликованы в различных обзорах, например [1–5]. Математическое моделирование внутренней динамики ДНК представляет собой весьма сложную задачу. Для этого требуется детальная информация о таких физических параметрах как координаты, массы и моменты инерции структурных элементов, а также о параметрах, отвечающих за взаимодействие между элементами. Задача может быть упрощена, если использовать модель, учитывающую внутренние движения, которые вносят основной вклад в рассматриваемый биологический процесс.

В данной статье используется подход, принятый в серии работ [5–12]. В рамках данной концепции используются достаточно простые модели внутренней динамики ДНК, которые учитывают только один или несколько типов внутренних движений ДНК. Такие упрощения дают возможность найти аналитические решения соответствующих динамических уравнений. Это относится как к внутренним движениям как малой так, и большой амплитуды. Достоинство такого подхода состоит в том, что он

дает возможность изучать внутренние движения длинных фрагментов ДНК.

Мы рассматриваем лишь вращательные движения оснований около сахарофосфатных цепей, при этом каждое основание моделируется крутильным маятником, а цепь — цепочкой связанных нелинейных осцилляторов. Для решения соответствующих уравнений использовалась наиболее эффективная в подобного рода задачах техника перехода к комплексным переменным и многомасштабных разложений [13–15].

**Дискретная модель двойной спирали ДНК.** Рассмотрим форму молекулы ДНК, фрагмент которой представлен схематически на рис. 1. Линии на рис. 1 соответствуют скелету двойной спирали. Черные и серые прямоугольники соответствуют основаниям в парах (АТ или GC). Ограничимся анализом вращательного движения оснований сахарофосфатных цепей в плоскости, перпендикулярной оси спирали. Положительное направление вращения оснований для каждой из цепей показано на рис. 1.



**Рис. 1.** Фрагмент двойной спирали ДНК из трех пар оснований вида АТ, расстояние между основаниями вдоль цепи  $a = 3.4 \text{ \AA}$  расстояние между цепями  $h = 16.15 \text{ \AA}$

Рассмотрим модель плоской ДНК, где цепи макромолекул формируют две параллельные линии, расположенные на расстоянии  $h$  друг от друга, а основания могут совершать лишь вращательные движения вокруг их собственной цепи, оставаясь перпендикулярными ей.

Левой цепи будем приписывать индекс 1, а

правой — 2. Предположим, что  $\varphi_{n,1}$  — угловое перемещение  $n$ -го основания первой цепи,  $\varphi_{n,2}$  — угловое перемещение  $n$ -го основания второй цепи. Тогда гамильтониан двойной цепи имеет вид:

$$H = \sum_n \left\{ \frac{1}{2} I_{n,1} \dot{\varphi}_{n,1}^2 + \frac{1}{2} I_{n,2} \dot{\varphi}_{n,2}^2 + K_{n,1} \sin^2 \frac{\varphi_{n+1,1} - \varphi_{n,1}}{2} + \right. \\ \left. + K_{n,2} \sin^2 \frac{\varphi_{n+1,2} - \varphi_{n,2}}{2} + V_{\alpha\beta}(\varphi_{n,1}, \varphi_{n,2}) \right\}. \quad (1)$$

Два первых члена гамильтониана соответствуют кинетической энергии  $n$ -ой пары оснований. Здесь  $I_{n,1}$  — момент инерции  $n$ -го основания 1-ой цепи;  $I_{n,2}$  — момент инерции  $n$ -го основания 2-ой цепи, точка обозначает дифференцирование по времени  $t$ . Для пары оснований  $\alpha\beta$  ( $\alpha\beta = AT, TA, CG, GC$ ) момент инерции равен  $I_{n,1} = m_\alpha r_\alpha^2$ ,  $I_{n,2} = m_\beta r_\beta^2$ . Значения масс оснований и длин и соответствующих моментов инерции для всех возможных пар оснований даны в работе [16].

Третий и четвертый члены в гамильтониане (1) описывают взаимодействие соседних оснований вдоль каждой макромолекулярной цепи. Параметр  $K_{n,i}$  характеризует энергию взаимодействия  $n$ -го основания с  $n+1$ -м  $i$ -й цепи ( $i=1,2$ ). Но если учесть, что угловые отклонения одного основания сопровождаются не только преодолением барьера в связи со стекинг-взаимодействием, а также существенной деформацией двугранного и валентного углов, мы можем предположить, что энергия отклонения  $K_{n,i}$  должна быть заведомо больше, чем энергия стекинг-взаимодействия — 40–60 кДж/моль, и слабо зависеть от типа основания. Это дает возможность предположить, что  $K_{n,1} \equiv K_{n,2} \equiv K > 60$  кДж/моль. Пятый член гамильтониана соответствует энергии взаимодействия между связанными основаниями различных цепей. Здесь индексы  $\alpha\beta = AT, TA, CG, GC$  определяют тип пары оснований. Энергию взаимодействия связанных пар оснований удобно моделировать следующим потенциалом:

$$V_{\alpha\beta}(\varphi_{n,1}, \varphi_{n,2}) = K_{\alpha\beta} \left\{ r_{\alpha}(r_{\alpha} + r_{\beta})(1 - \cos \varphi_{n,1}) + \right. \\ \left. + r_{\beta}(r_{\alpha} + r_{\beta})(1 - \cos \varphi_{n,2}) - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_{\alpha} + r_{\beta})^2 [1 - \cos(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2})] \right\}.$$

Жесткость взаимодействия соседних оснований вдоль цепи  $K_{\alpha\beta}$  была оценена в работе [17];  $\omega_{\alpha\beta 1}, \omega_{\alpha\beta 2}$  — частоты вращательных колебаний оснований при движении в одном и в противоположных направлениях соответственно.

**Дисперсионное соотношение.** Система уравнений движения, которая соответствует макромолекулярному гамильтониану, принимает вид:

$$I_{n,1} \ddot{\varphi}_{n,1} = - \frac{\partial H}{\partial \varphi_{n,1}}, \\ I_{n,2} \ddot{\varphi}_{n,2} = - \frac{\partial H}{\partial \varphi_{n,2}}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Рассмотрим макромолекулу с одним типом пар оснований. Подставим плоскую волну малой амплитуды

$$(\varphi_{n,1}(t), \varphi_{n,2}(t)) = (\varphi_1, \varphi_2) A e^{i(qan - \omega t)}$$

в систему уравнений (2). Здесь  $(\varphi_1, \varphi_2)$  двухкомпонентный вектор, нормированный на единицу,  $A \ll \pi$  — амплитуда,  $q \in [0, \pi/a]$  — волновое число. Легко показать, что в линейном приближении частота  $\omega$  должна удовлетворять дисперсионному соотношению

$$\omega^4 - B\omega^2 + C = 0,$$

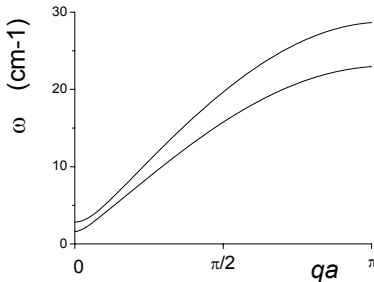
где

$$B = \frac{4K(I_{\alpha} + I_{\beta})}{I_{\alpha}I_{\beta}} \sin^2 \frac{qa}{2} + \frac{K_{\alpha\beta}(r_{\alpha} + r_{\beta})}{I_{\alpha}I_{\beta}} \times \\ \times \left( r_{\alpha}I_{\beta} + r_{\beta}I_{\alpha} - \frac{I_{\alpha} + I_{\beta}}{4} \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_{\alpha} + r_{\beta}) \right),$$

$$C = \frac{K_{\alpha\beta} (r_{\alpha} + r_{\beta})^2}{I_{\alpha} I_{\beta}} \left[ r_{\alpha} r_{\beta} - \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_{\alpha} + r_{\beta})^2 \right].$$

Дисперсионная кривая (3) имеет две ветви:

$$\omega_a(q) = \left[ (B - \sqrt{B^2 - 4C}) / 2 \right]^{1/2}, \quad \omega_o(q) = \left[ (B + \sqrt{B^2 - 4C}) / 2 \right]^{1/2}.$$



**Рис. 2.** Ветви дисперсионных кривых, соответствующие вращательному движению оснований в одну сторону (нижняя) и в разные стороны (верхняя кривая) для однородной цепи ( $\alpha\beta = AT$ ).

Вид дисперсионных кривых при  $\alpha\beta = AT$  дан на рис. 2. Верхняя кривая  $\omega = \omega_{as}(q)$  соответствует ассиметричному движению оснований, а нижняя  $\omega = \omega_s(q)$  — симметричному движению оснований в цепи. Наименьшие значения оптических частот определяются выражениями:

$$\omega_{as,s}(0) = \left\{ \frac{K_{\alpha\beta} (r_{\alpha} + r_{\beta})}{I_{\alpha} I_{\beta}} \left[ r_{\alpha} I_{\beta} + r_{\beta} I_{\alpha} - \frac{I_{\alpha} + I_{\beta}}{4} \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_{\alpha} + r_{\beta}) \pm \left\{ \frac{1}{16} (I_{\alpha} + I_{\beta})^2 \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_{\alpha} + r_{\beta})^2 + (r_{\alpha} I_{\beta} - r_{\beta} I_{\alpha})^2 - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_{\alpha} + r_{\beta})(I_{\alpha} - I_{\beta})(r_{\beta} I_{\alpha} - r_{\alpha} I_{\beta}) \right\}^{1/2} \right] \right\}^{1/2}.$$

Акустическая и оптическая частоты не равны нулю при  $q = 0$ .

#### Аналитическое решение и численное моделирование.

Уравнения движения для дискретной системы имеют следующий вид:

$$I_{n,1}\ddot{\varphi}_{n,1} - \frac{K_{n,1}}{2}\sin(\varphi_{n+1,1} - \varphi_{n,1}) + K_{\alpha\beta}r_{\alpha}(r_{\alpha} + r_{\beta})\sin\varphi_{n,1} - \\ - K_{\alpha\beta}\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}}\right)(r_{\alpha} + r_{\beta})^2\sin(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2}) = 0,$$

$$I_{n,2}\ddot{\varphi}_{n,2} - \frac{K_{n,2}}{2}\sin(\varphi_{n+1,2} - \varphi_{n,2}) + K_{\alpha\beta}r_{\beta}(r_{\alpha} + r_{\beta})\sin\varphi_{n,2} + \\ + K_{\alpha\beta}\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}}\right)(r_{\alpha} + r_{\beta})^2\sin(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2}) = 0,$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Перейдем к квазиконтинууму:  $\chi = \varepsilon na$ , где расстояние между основаниями  $a = 3.4 \text{ \AA}$  (рис. 1), а  $\varepsilon$  — малый параметр равный отношению расстояния между основаниями  $a$  к характерной длине волны.  $z$  — непрерывная координата вдоль цепи.

$$\sin\left[\frac{\varphi_{n+1,i} - \varphi_{n,i}}{2}\right] = \sin\left[\frac{a^2}{2}\frac{\partial^2\varphi_i(z,t)}{\partial z^2}\right] \approx \frac{a^2}{2}\frac{\partial^2\varphi_i(z,t)}{\partial z^2}, \\ \cos\left[\frac{\varphi_{n+1,i} - \varphi_{n,i}}{2}\right] = \cos\left[\frac{a^2}{2}\frac{\partial^2\varphi_i(z,t)}{\partial z^2}\right] \approx 1, \quad i = 1, 2.$$

Тогда получаем следующую систему нелинейных уравнений с частными производными:

$$\ddot{\varphi}_1 - c_1^2\frac{\partial^2\varphi_1(\chi,t)}{\partial \chi^2} + \gamma_1\sin\varphi_1 - \delta_1\sin(\varphi_1 - \varphi_2) = 0, \\ \ddot{\varphi}_2 - c_2^2\frac{\partial^2\varphi_2(\chi,t)}{\partial \chi^2} + \gamma_2\sin\varphi_2 + \delta_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) = 0,$$

где

$$c_i^2 = \frac{K_{n,i}}{2I_i}, \quad \gamma_1 = K_{\alpha\beta}r_{\alpha}(r_{\alpha} + r_{\beta})\frac{1}{I_1}, \quad \gamma_2 = K_{\alpha\beta}r_{\beta}(r_{\alpha} + r_{\beta})\frac{1}{I_2},$$

$$\delta_i = \frac{K_{\alpha\beta}}{4I_i} \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha\beta 2}}{\omega_{\alpha\beta 1}} \right) (r_\alpha + r_\beta)^2.$$

Сделаем замену  $\varphi_1 = \varepsilon u$ ,  $\varphi_2 = \varepsilon w$ , и разложим тригонометрические функции в ряды Тейлора, оставляя два члена переменных в каждом разложении. Тогда получаем следующую систему уравнений:

$$u_{tt} - \varepsilon^2 c_1^2 u_{xx} + \gamma_1 u - \gamma_1 \varepsilon^2 \frac{u^3}{3} - \delta_1 (u - w) + \delta_1 \varepsilon^2 \frac{1}{3} (u - w)^3 = 0,$$

$$w_{tt} - \varepsilon^2 c_2^2 w_{xx} + \gamma_2 w - \gamma_2 \varepsilon^2 \frac{w^3}{3} + \delta_2 (u - w) - \delta_2 \varepsilon^2 \frac{1}{3} (u - w)^3 = 0.$$

Параметры при соответствующих членах в обоих уравнениях считаем близкими:

$$\gamma_2 = (1 + a_1 \varepsilon_1) \gamma_1, \quad \delta_2 = (1 + a_2 \varepsilon_1) \delta_1, \quad c_2^2 = (1 + a_3 \varepsilon_1) c_1^2, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon^2.$$

Далее переходя в систему отсчета центра масс цепи, приходим к уравнениям для координат центра масс и относительного смещения. Акустическая ветвь соответствует низкочастотным модам. Введём безразмерное время  $\tau = \omega_0 t$ , где  $\omega_0 = \sqrt{\gamma_1}$ .

Далее используем подход, предложенный в [13–15]:

1. Переходим к комплексным переменным:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{\partial U}{\partial \tau} + iU, \quad \Psi_1^* = \frac{\partial U}{\partial \tau} - iU, \\ \Psi_2 &= \frac{\partial V}{\partial \tau} + iV, \quad \Psi_2^* = \frac{\partial V}{\partial \tau} - iV. \end{aligned} \quad i = \sqrt{-1}$$

Получив уравнения для  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ , рассматриваем окрестность точки  $k = 0$ ,  $\omega = \omega_a$ , см рис. 2.

2. Выполняем замену переменных

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \varphi_1 e^{i\tau}, \quad \Psi_1^* = \varphi_1^* e^{-i\tau}, \\ \Psi_2 &= \varphi_2 e^{i\tau}, \quad \Psi_2^* = \varphi_2^* e^{-i\tau}. \end{aligned}$$

Вводим, наряду с быстрым временем  $\tau_0 = \tau$ , медленные времена

$$\tau_1 = \varepsilon_1 \tau_0, \quad \tau_2 = \varepsilon_1^2 \tau_0, \quad \tau_3 = \varepsilon_1^3 \tau_0, \dots$$

3. Далее представляем решение степенными разложениями:

$$\varphi_1 = \varphi_{1,0} + \varepsilon_1 \varphi_{1,1} + \varepsilon_1^2 \varphi_{1,2} + \dots$$

$$\varphi_2 = \varphi_{2,0} + \varepsilon_1 \varphi_{2,1} + \varepsilon_1^2 \varphi_{2,2} + \dots$$

4. После подстановки этих разложений в уравнения движения приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon_1$ .

Рассматривая коэффициенты при  $\varepsilon_1^0$  получаем из первого урав-

нения:  $\frac{\partial \varphi_{1,0}}{\partial \tau_0} = 0$ . Отсюда делаем вывод, что функция

$\varphi_1 = \varphi_1(\tau_1, \tau_2, \dots, \chi)$  не зависит от медленного времени  $\tau_0$ . Из второго уравнения получаем:

$$\frac{\partial \varphi_{2,0}}{\partial \tau_0} + i \frac{\delta_1}{\gamma_1} (\varphi_{2,0} - \varphi_{2,0}^* e^{-2i\tau_0}) = 0$$

Тогда:

$$\varphi_{2,0} = f_{2,0}(1 + \beta) e^{-i\tau_0(1-\beta)} - f_{2,0}^* (1 - \beta) e^{-i\tau_0(1+\beta)},$$

где  $f_{2,0}$  неизвестная функция, не зависящая от  $\tau_0$ , а

$\beta = \sqrt{1 - 2\delta_1/\gamma_1}$ . Выписываем далее члены при  $\varepsilon_1^1$ . Затем в первом уравнении приравниваем резонансные члены нулю:

$$\frac{\partial \varphi_{1,0}}{\partial \tau_1} + \frac{i}{2} \frac{c_1^2}{\gamma_1} \varphi_{1,0} \varphi_{1,0} \varphi_{1,0} + \frac{i}{32} |\varphi_{1,0}|^2 \varphi_{1,0} + \frac{i}{4} \varphi_{1,0} |f_{2,0}|^2 - ia_1 \frac{1}{4} \varphi_{1,0} = 0$$

Из второго после подстановки выражения для  $\varphi_{2,0}$  получаем:

$$(1 + \beta) \frac{\partial f_{2,0}}{\partial \tau_1} + i \frac{c_1^2}{\gamma_1} f_{2,0} \varphi_{1,0} \varphi_{1,0} + i |f_{2,0}|^2 f_{2,0} \left( \frac{1}{4} - \delta_1 \frac{2}{\gamma_1} \right) + \\ + \frac{i}{8} |\varphi_{1,0}|^2 f_{2,0} - if_{2,0} \left( a_1 \frac{1}{2} - a_2 \frac{\delta_1}{\gamma_1} \right) = 0,$$

$$(1 - \beta) \frac{\partial f_{2,0}^*}{\partial \tau_1} + i \frac{c_1^2}{\gamma_1} f_{2,0}^* \varphi_{1,0} \varphi_{1,0} + i |f_{2,0}|^2 f_{2,0}^* \left( \frac{1}{4} - \delta_1 \frac{2}{\gamma_1} \right) + \\ + \frac{i}{8} |\varphi_{1,0}|^2 f_{2,0}^* - if_{2,0}^* \left( a_1 \frac{1}{2} - a_2 \frac{\delta_1}{\gamma_1} \right) = 0.$$



Из этих двух уравнений мы можем сделать вывод, что:  $f_{2,0} = f_{2,0}(\tau_2, \dots, \chi)$ .

Рассмотрим частный случай  $f_{2,0} = 0$ ; когда уравнения (4) обращаются в тождества. Тогда первое уравнение принимает вид.

$$i \frac{\partial \varphi_{1,0}}{\partial \tau_1} - \frac{1}{2} \frac{c_1^2}{\gamma_1} \varphi_{1,0,zz} - \frac{1}{32} |\varphi_{1,0}|^2 \varphi_{1,0} + a_1 \frac{1}{4} \varphi_{1,0} = 0.$$

Делаем замену:  $\varphi_{1,0} = \Phi_{1,0} e^{-i \frac{a_1}{4} \tau_1}$ , чтобы исключить последнее слагаемое:

$$i \frac{\partial \Phi_{1,0}}{\partial \tau_1} - \frac{1}{2} \frac{c_1^2}{\gamma_1} \Phi_{1,0,zz} - \frac{1}{32} |\Phi_{1,0}|^2 \Phi_{1,0} = 0.$$

Таким образом, мы пришли к кубическому уравнению Шредингера. Разыскивая решение в движущейся системе координат  $X = x - U\tau_1$ , введем как обычно моделирующую функцию  $\nu(X)$ :  $\Phi_{1,0} = e^{irx - is\tau_1} \nu(X)$ ,  $X = x - U\tau_1$ , где  $r$  и  $s$  — постоянные.

После подстановки в (5) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для  $\nu$ :

$$\nu'' \left( -\frac{1}{2} \frac{c_1^2}{\gamma_1} \right) - i\nu' \left( U + \frac{c_1^2}{\gamma_1} r \right) + \nu \left( s + r^2 \frac{c_1^2}{2\gamma_1} \right) - \frac{1}{32} |\nu|^2 \nu = 0,$$

которое при условии, что

$$r = -\frac{U\gamma_1}{c_1^2}, \quad s = \frac{c_1^2 \alpha}{2\gamma_1} - \frac{U^2 \gamma_1}{2c_1^2}$$

сводится к уравнению  $\nu'' - \alpha\nu + \nu^3 = 0$ , имеющему первый интеграл:

$$\nu'^2 = A + \alpha\nu^2 - \frac{\nu}{2} \nu^4 = 0,$$

$$\alpha = \frac{2\gamma_1}{c_1^2} \left( s + r^2 \frac{c_1^2}{2\gamma_1} \right) = \frac{2\gamma_1}{c_1^2} \left( s + \frac{U^2 \gamma_1}{2c_1^2} \right), \quad \nu = \frac{\gamma_1}{16c_1^2}.$$

В предельном случае уединенной волны имеем  $v > 0$ ,  $A = 0$ ,  $\alpha > 0$  и получаем пространственно локализованное решение — бризер:

$$v = \left( \frac{2\alpha}{v} \right)^{1/2} \operatorname{sech} \alpha^{1/2} (x - U\tau_1).$$

Выполняя обратные преобразования к исходным переменным, получаем:

$$\varphi_1 = \varepsilon \sqrt{\frac{\alpha}{2v}} \operatorname{sech} \left\{ \alpha^{1/2} \left( \frac{\varepsilon z}{a} - U\varepsilon^2 \sqrt{\gamma_1} t \right) \right\} \sin \left( r \frac{\varepsilon z}{a} + \sqrt{\gamma_1} t \left( 1 - \varepsilon^2 s + \frac{a_1 \varepsilon^2}{4} \right) \right),$$

$$\varphi_2 = \varphi_2.$$

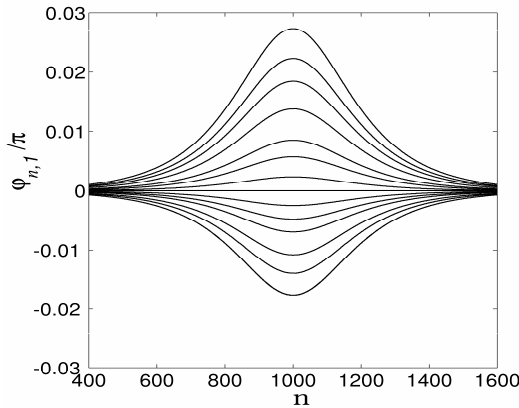


Рис. 3. Вид возможных решений для  $\varphi_1$  при разных временах  $t$

Колебания  $\varphi_1$  за один период показаны на рис. 3.

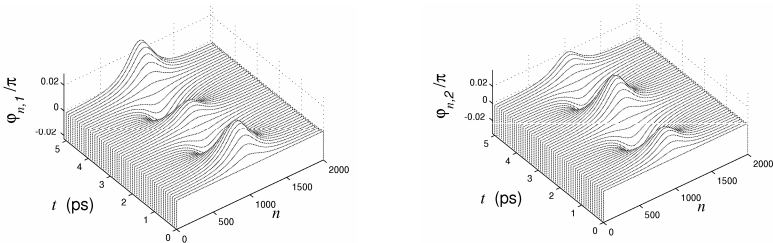
На рис. 4 представлено численное решение исходной дискретной системы, где в качестве начальных условий выступает аналитическое решение.

Устойчивость бризера проиллюстрирована на рис. 5. Распространяясь во времени, за более чем тысячу периодов бризер практически не разрушается, а лишь слабо возмущает среду.

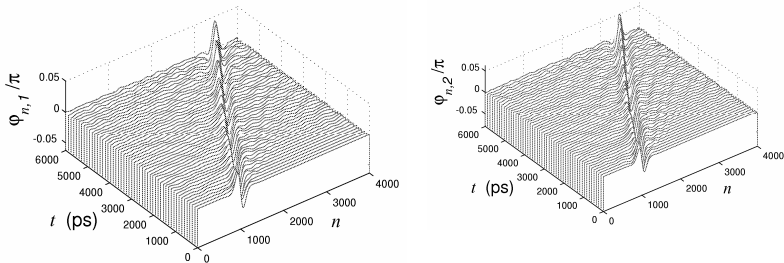
**Закключение.** В молекуле ДНК могут существовать устойчивые локализованные нелинейные колебания — бризеры. Получено аналитическое решение в виде локального нелинейного возбуждения, описывающего раскрытие спирали в пространственно локализованной области. Продемонстрировано соответст-

вие аналитического решения с результатами численного моделирования.

Авторы признательны Российскому Фонду фундаментальных исследований (гранты № 04-02-17306 и 04-03-32119) за финансовую поддержку.



**Рис. 4.** Картина колебания оснований первой и второй цепей со временем



**Рис. 5.** Устойчивость нетопологического локализованного возмущения (бризера) во времени

### Список литературы:

1. Fritzsche H. New structural and dynamic aspects of DNA as revealed by nuclear magnetic resonance // *Comments Mol.Cell.Biophys.* 1982. V.1. P.325–336.
2. Keepers J.W, James Th.L. Models for DNA backbone motions: an interpretation of NMR relaxation experiments // *J.Am.Chem.Soc.* 1982. V.104. P.929–939.
3. McClure W.R. Mechanism and control of transcription initiation in prokaryotes. // *Annu. Rev. Biochem.* 1985. V.54 P.171–204.
4. McCommon J.A., Harvey S.C., *Dynamics of proteins and nucleic acids.* — Cambridge University Press, Cambridge, England, 1987.

5. Якушевич Л.В., Комаров В.М. О параметрах нелинейных математических уравнений, имитирующих внутреннюю подвижность молекулы ДНК // Математика. Компьютер. Образование. Вып.5. Часть II. Сборник научных трудов. — М.: Изд. Прогресс-Традиция, 1998. С.310–312.
6. Yomosa S. Soliton Excitation in deoxyribonucleic acid (DNA) double helices // *Phys.Rev. A*. 1983. V.27. N.4. P.2120–2125.
7. Takeno S., Homma S. Topological solitons and modulated structure of bases in DNA double helices // *Prog.Theor.Phys.* 1983. V.70. N.1. P.308–311.
8. Krumhansl J.A., Alexander D.M. Nonlinear dynamics and conformational excitations in biomolecular materials. In: *Structure and dynamics: nucleic acids and proteins*. Eds. E.Clementi, R.H.Sarma. — Adenine Press, New York, 1983. P.61–80.
9. Fedyanin V.K., Gochev I., Lisy V. Nonlinear dynamics of bases in continual model of DNA double helices // *Stud.biophys.* 1986. V.116. N.1. P.59–64.
10. Yakushevich L.V. Nonlinear DNA dynamics: a new model // *Phys.Lett. A*. 1989. V.136. N.7–8. P.413–417.
11. Zhang Ch.-T. Soliton excitations in deoxyribonucleic acid (DNA) double helices // *Phys.Rev.A*. 1987. V.35. N.2. P.886–891.
12. Muto V., Lomdahl P.S., Christiansen P.L. Two-dimensional discrete model for DNA dynamics: longitudinal wave propagation and denaturation // *Phys.Rev. A*. 1990. V.42. N.12. P.7452–7458.
13. Manevitch L.I. Complex representation of dynamics of coupled nonlinear oscillators In: *Mathematical models of non-linear excitation, transfer, dynamics, and control in condensed systems and other media*. — Kluwer Academic, plenum publishers, 1999.
14. Manevitch L.I. The description of localized normal modes in a chain of nonlinear-coupled oscillators using complex variables // *Nonlinear Dynamics*. 2001. V.25. P.95–109.
15. Manevitch L.I. Solitons in Polymer Physics// *Polymer Science*. 2001. V.43. N.2. P.117–181.
16. Yakushevich L.V, Savin A.V., Manevitch L.I., Nonlinear dynamics of topological solitons in DNA// *Phys. Rev. E*. 2002. V.66. P.016614.

**LOCALIZED NONLINEAR OSCILLATION OF DNA  
MOLECULE**

**Kovaleva N. A., Manevitch L. I.**

(Russia, Moscow)

*We present a simplest model describing opening of DNA double helix. Corresponding differential equations are solved analytically using multiple-scale-expansions after transition to complex variables. Obtained solution corresponds to localized nonlinear excitation – breather. Stability of breather is also investigated.*