СЛОЖНАЯ ПОПУЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА КОЛОВРАТОК В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ ОБИТАНИЯ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Гоник М. М., Медвинский А. Б.

(Россия, Пущино)

Методом математического моделирования исследуется эволюция динамики популяций зоопланктона (коловраток), в двух смежных биотопах с различными природными условиями. При обмене биомассой между биотопами хаотический режим может замещать регулярную динамику. При этом имеет место синхронизация хаотических осцилляций биомассы планктона

Введение. Планктон является основой всех трофических цепей в водных сообществах [1, 2]. В 1998 г. была предложена простая феноменологическая модель (так называемая модель «Consensus»), которая корректно и с хорошей точностью воспроизводит локальные изменения во времени численности рачков-коловраток, популяции которых являются важной составляющей планктонных сообществ [3]. Затем Ф. С. Березовская и её соавторы провели детальный бифуркационный анализ этой модели на плоскости управляющих параметров [4]. В данной работе мы применяем модифицированный нами вариант модели «Consensus», который позволяет исследовать динамику коловраток в пространственно распределенной системе с учетом неоднородности среды обитания.

Модель. Базовая математическая модель «Consensus», описывающая динамику коловраток, имеет вид:

$$N(t+1) = N(t)\exp\left(-a + \frac{1}{N(t)} - \frac{\gamma}{N^2(t)}\right). \qquad (1)$$

Здесь $N(t)$ — плотность популяции коловраток в данный момент времени, a — параметр, определяющий воздействие среды (этот параметр может зависеть от температуры, токсичности среды обитания, степени эутрофикации и проч.) на скорость роста зоопланктона в данном биотопе, γ — параметр, характеризующий особенности роста, присущие данному виду коловраток.

Для исследования динамики коловраток, принадлежащих одному виду и обитающих в двух сообщающихся биотопах, мы применяем модифицированную модель в виде двух связанных отображений:

$$N_1(t+1) = N_1(t)\exp\left(-a_1 + \frac{1}{N_1(t)} - \frac{\gamma}{N_1^2(t)}\right) - k(N_1(t) - N_2(t)), \quad (2)$$

$$N_2(t+1) = N_2(t)\exp\left(-a_2 + \frac{1}{N_2(t)} - \frac{\gamma}{N_2^2(t)}\right) - k(N_2(t) - N_1(t)), \quad (3)$$

Здесь $N_1(t)$ и $N_2(t)$ плотности коловраток одного вида (т.е. при одинаковых значениях параметра γ), обитающих в данный момент времени в первом и во втором биотопах, соответственно. Неоднородность природных условий задается через условие: $a_1 < a_2$ [4] . Связь между биотопами осуществляется в виде обмена планктонной биомассой по градиенту плотностей; *k* — коэффициент связи. В связи с дискретностью математической модели возникает ограничение на максимально возможное значение коэффициента связи ($k \le 0.01$). Прирост планктонной биомассы и ее перемещение по градиенту плотностей происходят одновременно[5].

Результаты. На рис. 1 демонстрируются эффекты, проявляющиеся при возникновении и усилении связи *k* между биотопами. Показана динамика связанных биотопов с внутренне-присущей (т.е. при отсутствии обмена биомассой) хаотической динамикой (второй биотоп) и устойчивым фокусом (первый биотоп).

Усиление связи *k* вызывает хаотизацию первоначально устойчивой динамики, что характеризуется ростом показателей Ляпунова. А именно, при постепенном изменении *k*, от малых значений до максимально допустимого, наблюдаются как изменение амплитуды, так и потеря периодичности в динамике коловраток первого биотопа.

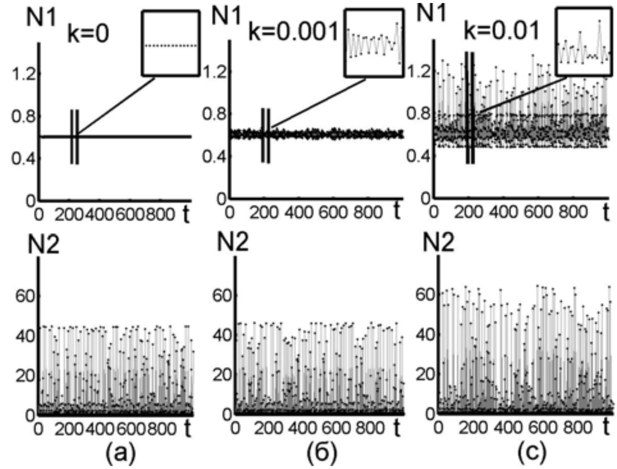

Рис. 1. Осцилляции биомассы зоопланктона. Эффект хаотизации при росте *k*

Увеличение коэффициента связи *k* сопровождается усилением синхронизации хаотических колебаний в обоих биотопах. Синхронизация колебаний биомассы двух популяций характеризуется обобщенной разностью фаз:

$$\Delta\varphi_{\mu\nu}(t) = \nu\varphi_1(t) - \mu\varphi_2(t), \tag{4}$$

$$\varphi(t) = 2\pi\left(n + \frac{t - t_n}{t_{n+1} - t_n}\right). \tag{5}$$

Здесь ν и μ — константы, t_l — момент времени, который соответствует *l*-му максимуму плотности популяции, т.е. максимуму функции $N(t)$. Константы ν и μ подбираются таким образом, чтобы среднее значение обобщенной разности фаз $\overline{\Delta\varphi_{\mu\nu}}$ оставалось постоянным с течением времени (см. таблицу 1).

Таблица 1.

k	ν	μ
0.001	1.14	1.0
0.01	1.06	1.0

На рис. 2 изображена обобщенная разность фаз $F_{\mu\nu}(t) = \Delta\varphi_{\mu\nu}(t) - \overline{\Delta\varphi_{\mu\nu}}$. Амплитуда колебаний функции $F_{\mu\nu}(t)$ уменьшается с повышением коэффициента связи *k*, что свидетельствует об усилении синхронизации с увеличением обмена биомассой между смежными биотопами.

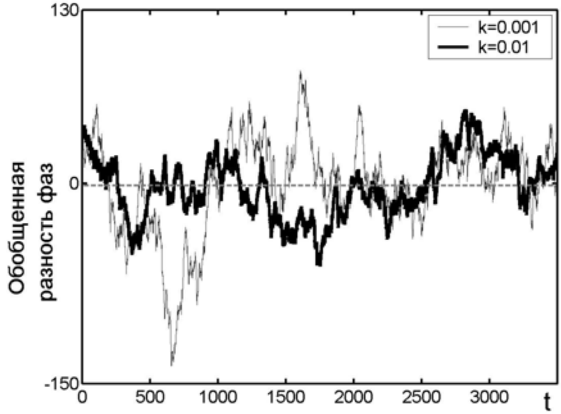

Рис 2. Обобщенная разность фаз. Эффект синхронизации

Аналогичные результаты (не показано) имеют место также при таких значениях параметра a_1, при которых в первом биотопе в отсутствие связи ($k = 0$) имеют место регулярные осцилляции биомассы планктона. Таким образом, наличие связи может приводить к инвазии хаотического режима как в область с устойчивым фокусом, так и в область с регулярными колебаниями.

Заключение. Показано, что малые вариации свойств окружающей среды могут кардинально изменить динамику коловраток. Включение анализа динамики коловраток в оценки экологических рисков может позволить определить условия для уменьшения разрушающих эффектов и поддержания долговременного устойчивого существования природных популяций.

Список литературы:

1. Huisman, J. and Weissing, F.J. Biodiversity of plankton by species oscillations and chaos // Nature.1999. V. 402. P.407–410.
2. Medvinsky, A.B., Tikhonov, D.A., Enderlein, J. and Malchow, H. Fish and plankton interplay determines both plankton spatio-temporal pattern formation and fish school walks // Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences. 2000. V.4. N.2. P.135–152.
3. Snell, T. W. and Serra, M. Dynamics of natural rotifer populations // Hydrobiologia. 1998. V.368. P.29–35.
4. Berezovskaya, F., Karev, G. and Snell, T.W. Modeling the dynamics of natural rotifer populations: phase-parametric analysis // Ecological Complexity. 2004. (submitted).
5. Bascompte, J. and Solé, R.V. Appropriate formulations for dispersal in spatially structured models: reply // Journal of Animal Ecology. 1995. V.64. P.665–666.

COMPLEX ROTIFER POPULATION DYNAMICS IN A HETEROGENEOUS ENVIRONMENT: MATHEMATICAL MODELING

Gonik M. M., Medvinsky A. B.

(Russia, Pushchino)

Mathematical modeling of the zooplankton (rotifer) population dynamics in two adjacent habitats under different environmental conditions is simulated mathematically. The zooplankton biomass exchange can lead to the replacement of regular plankton dynamics by chaotic ones. In this case, synchronization of chaotic plankton oscillations takes place.