

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ КАЧЕСТВ

Феофанова Л.Н.

(Волгоград)

Представлена разработанная и апробированная автором вероятностная модель измерения качеств относительно готовности студентов к изучению нового математического материала.

Для специалистов в сфере образования.

PROBABILITY MODEL OF QUALITY MEASUREMENT

Feofanova L.N.

(Volgograd)

The paper describes the probability model of level assessment of student team concerning their readiness for learning new material in Mathematics. The model has been developed and evaluated by the author.

For specialists in the methods of education.

Вопросы количественной оценки характеристик качества объектов, наряду со специальными моментами, относящимся к теории измерений, имеют существенные философские и психологические аспекты, значимость которых значительно возрастает, когда предметом исследования являются процессы человеческой деятельности. Актуальность вопросов диагностики в области дидактики высшей школы обусловлена необходимостью оптимально организовать учебный процесс и эффективно им управлять. При этом объектом диагностирования являются сложные образовательные ситуации, в которых формируются не только знания, но и личностно-смысловая сфера студентов. Следует учитывать и тот факт, что особая роль в формировании познавательных интересов обучаемых принадлежит соотношению известных и вновь сообщаемых сведений. Сознательное регулирование этого соотношения возможно, если преподава-

тель располагает сведениями об уровне (качестве) готовности студента овладеть новым материалом. В связи с этим в проведенном нами исследовании была поставлена цель получить обоснованную информацию о готовности студентов к применению математики в решении учебных профессионально ориентированных задач. Для диагностирования использовалась методика, разработанная Г.И. Брызгалиным [1], которую автор применил к измерениям в дидактике высшей школы [2]. Следуя избранной методике, мы исходим из того, что в современной математике основные структуры строятся из элементарных объектов (точек), которые нередко определяются нечетко. В реальных ситуациях априорно никаких объектов не существует, они выделяются субъектом бессознательно или же сознательно с целью изучения системы, которое может производиться путем моделирования реальной системы при помощи подходящей математической структуры. Выявление и качественное описание предмета измерения является результатом теоретического анализа педагогических явлений, педагогического эксперимента или обобщения опыта. Речь идет не об объектах или субъектах учебного и воспитательного процесса, а о некоторых характеристиках их свойств, качеств. Под степенью (качеством) готовности к восприятию нового материала нами понималась оценка способности обучаемого без дополнительной подготовки усваивать новый материал.

Анализ готовности группы или потока начинается с определения доли студентов, справившихся с той или иной учебной операцией или элементарным действием, которая называется частным свойством группы по данному действию или операции. Затем определяются частные качества (степени) готовности путем специального нормирования частных свойств. Характеризуя в целом рассмотренные свойства готовности, можно заключить, что они измеряются в шкале интервалов, а их значения x принадлежат промежутку $[0, 1]$. Каждому свойству x_{ij} , которое в общем виде будем обозначать x , ставится в соответствие качество, как функция $q=q(x)$. Характерные значения этой функции определяются из соображений такого рода:

- если значение x , например, $x=0$, рассматривается как совершенно недопустимое, то качество его определяется

- числом $q(0) = -2$;
- если некоторое значение x рассматривать как явно неудовлетворительное, то соответствующее качество $q(x) = -1$;
- по каждому свойству определяется интервал значений x , признаваемых нормальными, и граничные значения нормального интервала (x_0, x^*) : посредственное $q(x) = 0$ и отличное $q(x^*) = 1$;
- если значение x , например $x = 1$, рассматривать как идеальное, то соответствующее качество $q(1) = 2$.

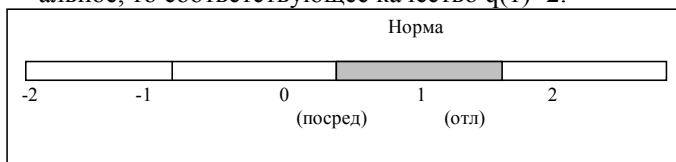


Рис. 1. Шкала качеств.

Эти условия приводят к шкале качеств, изображённой на рис.1 и принимаемой за основу нормировки свойств, т. е. перевода их в качество с помощью специально подобранных на основе анализа педагогической ситуации нормирующих функций:

$$q = 3x - 2, \quad (1)$$

$$q = \begin{cases} \frac{10x - 2}{2}, & \text{если } 0 \leq x \leq 0,2 \\ \frac{10x - 2}{4}, & \text{если } 0,2 \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (2)$$

$$q = \begin{cases} 1 - \frac{20}{3}, & \text{если } 0 \leq x \leq 0,15 \\ \frac{6 - 40x}{17}, & \text{если } 0,15 \leq x \leq 1. \end{cases} \quad (3)$$

Полученная совокупность частных качеств образует систему отношений, которую можно представить в виде графа (дерева), изображенного на рис. 2 и используемого для выражения структуры качеств.

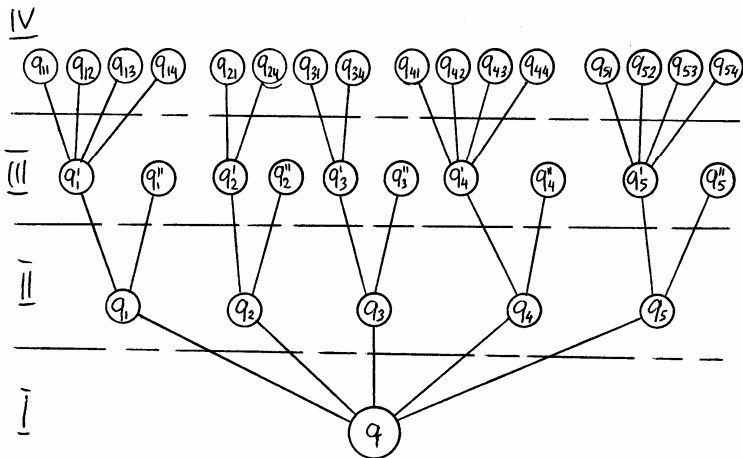


Рис. 2. Дерево качеств.

Первую ступень этой иерархической структуры занимает единое качество q , характеризующее в целом степень готовности группы, потока, вторую – единое качество q_i ; по каждой из элементарных операций, верхнюю – степени готовности по отдельным элементарным действиям каждой i -ой операции q_{i1} , q_{i2} , q_{i3} , q_{i4} . Группа частных качеств q_{ij} ($j=1, 2, 3, 4$) преобразуется в единое групповое качество q'_i , которое по второй ($i=2$) и третьей ($i=3$) операциям определялось на основе результатов всего лишь двух элементарных учебных действий. Специально выделенное качество q_i'' характеризуется долей тех студентов, которые справились с каждым из элементарных действий i_1, i_2, i_3 ($i=1, 4, 5$) или i_5 ($i=2, 3$), соответствующих i -ой операции. Качества q'_i и q_i'' , образуют третий уровень иерархии качеств.

Формирование единого критерия качества следует производить на основе анализа взаимоотношений частных качеств, более тонких, чем это можно выразить в форме графа – иерархии, служащего лишь скелетом этих отношений. Возможность количественного выражения взаимоотношений частных качеств и единого качества основывается на двух предварительных условиях:

- 1). общей шкале для всех частных, групповых и единого качества с нормальным интервалом $[0, 1]$;

2). использовании средних функций для формирования единого критерия качества. Под средней функцией переменных понимается функция, значения которой всегда принадлежат интервалу, занимаемому конкретным набором значений аргументов. Введение нормального интервала задает единый масштаб для всех частных качеств, а использование средних функций приводит к тому, что единое качество выражается в этом же масштабе. Обеспечив эти условия, обратимся к взаимоотношению между некоторыми двумя частными качествами q_1 , q_2 и единым качеством q , пока безотносительно к изложенной выше ситуации. Если при отрицательных значениях q_1 возможны высокие значения единого качества q за счет высоких значений другого частного качества, а при высоких значениях q_1 единое качество q будет высоким независимо от другого качества, то будем говорить, что качество q_1 имеет тяговый характер. Оно соответствует тому частному показателю, тому звену, улучшая которое, мы вытянем всю цепь, то есть качество объекта в целом. Противоположный характер можно назвать опорным, он соответствует частным качествам, отрицательные значения которых означают непременно ухудшение общего качества, а положительные значения еще не влекут положительности единого качества: если одна из двух опор очень хороша, это не означает высокое качество сооружения в целом, но если одна из опор некоторого сооружения явно плоха, то и качество в целом неудовлетворительно. Математически при указанных выше условиях 1) и 2) эти свойства частных качеств выражаются свойствами частных производных функции $q=(q_1, q_2, \dots, q_n)$.

Если $\frac{\partial q}{\partial q_i}$ мало при отрицательных q_i и велико при положи-

тельных q_i , то q_i имеет тяговый характер. Противоположные свойства соответствуют опорному характеру.

Если бы единое качество выражалось средневзвешенным арифметическим

$$q = \sum_{i=1}^n \rho_i q_i ; \sum_{i=1}^n \rho_i = 1, \quad (4)$$

то $\frac{\partial q}{\partial q_i} = \rho_i = const$, а это означает, что все качества имеют один

характер, который можно назвать постоянным. Преимущества нашего подхода состоят в том, что здесь задаётся не постоянный вес частного критерия качества, как в (4), а, по существу, одновременно с набором единого критерия подбирается и весовая функция с тем поведением, которое соответствует существу дела в рассматриваемой педагогической ситуации. Экспериментально доказано, что в этом плане весьма удобны для практического применения среднеэкспоненциальные функции:

$$q^+ = \ln \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{+q_i} \quad \text{или} \quad e^{q^+} = \frac{1}{n} \sum e^{q_i} \quad (5)$$

$$q^- = -\ln \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-q_i} \quad \text{или} \quad e^{-q^-} = \frac{1}{n} \sum e^{-q_i} \quad (6)$$

$$q = \operatorname{arsh} \frac{1}{2} (e^{q_1} - e^{-q_2}), \quad \text{т.к.} \quad e^q = \frac{e^{q_1} - e^{-q_2}}{2}, \quad (7)$$

где $q_1 = q^+$, $q_2 = q^-$

Качество, определяемое функциями (5,6), формируется соответственно только из тяговых $+q_i$ или опорных $-q_i$ частных качеств. Действительно:

$$\frac{\partial q^+}{\partial q_i} = \frac{1}{n} \frac{e^{q_i}}{e^{q^+}} = \frac{1}{n} e^{q_i - q^+}; \quad \frac{\partial q^-}{\partial q_i} = \frac{1}{n} e^{q^- - q_i} \quad (8)$$

Следовательно,

$$1) \text{ если } +q_i < 0, \text{ то } \frac{\partial q^+}{\partial (+q_i)} \rightarrow 0;$$

если $+q_i > 0$, то $\frac{\partial q^+}{\partial (+q_i)} \rightarrow +\infty$, значит, $+q_i$ имеет тяговый характер;

$$2) \text{ если } -q_i > 0, \text{ то } \frac{\partial q^-}{\partial (-q_i)} \rightarrow 0;$$

если $-q_i < 0$, то $\frac{\partial q^-}{\partial(-q_i)} \rightarrow +\infty$, значит, $-q_i$ имеет опорный характер.

тер.

Зависимость (7) имеет смешанную природу, поскольку в ней качество q_1 – тяговое, а качество q_2 – опорное.

По излагаемой методике формирования единого критерия качества на основе качеств тягового и опорного характера для определения степени владения знаниями различными студенческими группами и потоком студентов был поставлен эксперимент, в котором приняло участие 1453 студента первого и второго курсов (1997 – 2000).

На основе анализа студенческих ответов на диагностические задания определялись частные качества q_{ij} по формуле (1), если $j=1,2,3$, и по формуле (3) если $j=4$. Группа частных качеств q_{ij} ($j = 1, 2, 3, 4$) преобразуется в единое групповое качество q_i' . Качество q_i' соответствует свойству группы, определяемому долей студентов, полностью владеющих i -ой операцией. Оно определяется по формуле (2), где под x понимается свойство x_{i5} . Если доля этих студентов велика, то естественно считать группу хорошо успевающей по этой операции, а качество q_i высоким, не заботясь о значениях остальных качеств q_{ij} ($j = 1, 2, 3, 4$). Если же q_i'' мало, то возможно, что группа неплохо успевает по i -й операции, поскольку каждый студент может владеть сразу несколькими (хотя не всеми!) элементарными действиями этой операции. В связи с этим можно считать, что частные качества q_i'' имеют тяговый характер. Аналогичный анализ частных качеств q_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4$) доказывает их опорный характер.

Учитывая эти особенности и структуру качеств (см. рис 2), выбраны следующие функции для оценки качеств готовности студенческих групп (потока) по каждому уровню иерархии:

$$q_i' = -\ln \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 e^{-q_{ij}}, \text{ если } i=1,4,5 \quad (9)$$

$$q_i' = -\ln \frac{1}{2} (e^{-q_{i1}} + e^{-q_{i4}}) \text{ если } i=2,3$$

$$q'_i = \operatorname{arsh} \frac{1}{2} (e^{q''_i} - e^{-q'_i}) \text{ если } i=1,5 \quad (10)$$

Единое качество готовности определялось формулой

$$q = -\ln \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 e^{-q_i} \quad (11)$$

Результаты проведённого эксперимента, обработанные с помощью указанных выше формул, позволили отметить, что студенты плохо владеют такими учебными операциями, как составление линейных уравнений на основе тождественного равенства двух многочленов, решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными, разложение дробно-рациональной функции на простейшие дроби II и III типов и их интегрирование. Сведения об уровне готовности к воспроизведению и применению знаний для решения учебных профессионально ориентированных задач позволили определить методические приемы приобщения студентов каждой академической группы к активной познавательной деятельности с целью развития их готовности к применению математических моделей.

Литература.

1. Брызгалин Г.И. Психосистемные качества и классификация объектов.// Сб. тезис. научно-практич. конфер. «Экономика и совершенствование управления на базе системного подхода» - Волгоград, 1983.
2. Феофанова Л.Н. Подготовка будущих менеджеров к решению экономико-управленческих задач (на материале изучения математических дисциплин в техническом вузе). Диссерт. канд. пед. наук – Волгоград, 2000.