ПРОБЛЕМА КОНСТРУКТИВНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Серовайский С.Я.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, 050078, Алматы, пр. аль-Фараби 71, Телефон: +7 (727) 275-39-34, E-mail: serovajskys@mail.ru

Стандартный способ вывода уравнений математической физики предполагает выделение в рассматриваемой области некоторого элементарного объема и составление балансных соотношений, выражающих изменение энергии, импульса, массы, заряда и т.п. в этом объеме на некотором интервале времени. После этого осуществляется предельный переход, когда выделенная пространственно-временная область сжимается в точку. Итогом указанных преобразований и будут уравнения математической физики, являющиеся основой математической модели исследуемого явления.

Эта процедура настолько привычна и естественна, что зачастую ускользает из внимания одно важное обстоятельство. Всюду в математике при выполнении предельного перехода возникает закономерный вопрос: а существует ли соответствующий предел вообще. Отдавая себе отчет в правомерности подобного вопроса, многие авторы в этой ситуации пишут: предположим, что рассматриваемые функции обладают должным числом непрерывных производных. Естественно при таком предположении предел наверняка существует, а справедливость полученных в итоге соотношений сомнения не вызывает. Однако теперь возникает другой вопрос: откуда мы знаем, что указанные функции действительно обладают должной степенью гладкости?

Те функции, о которых идет речь, описывают состояние исследуемой системы. Это – температура, давление, скорость, концентрация и т.д. Именно относительно них мы получаем уравнения состояния системы. И возникает вопрос, откуда мы знаем, что решения тех уравнений, которые мы еще даже и не вывели, будут непременно обладать необходимыми свойствами? Апелляция к физическому смыслу задачи здесь не помогает, поскольку, во-первых, речь идет не о физическом процессе, а о его модели, степень адекватности которой не очевидна, а, во-вторых, в самом процессе может быть заложена негладкость: ударные волны, неоднородности среды, фазовые переходы и др.

Для решения этой проблемы можно воспользоваться некоторой аналогией с самим определением понятия предела. Как известно, оно не конструктивно, поскольку определение предела требует знания самого предела. В этой связи в математическом анализе при обосновании предельных переходов используют различные критерии сходимости, в частности, критерий Коши. К сожалению, он работает лишь в полных пространствах. Однако при отсутствии полноты можно воспользоваться процедурой пополнения, как это делается в определении Кантора действительных чисел или в теореме Хаусдорфа о пополнении метрического пространства. В настоящей работе с помощью аналогичной техники показывается возможность определения задачи математической физики без априорного предположения о свойствах ее решения.