ВЛИЯНИЕ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ НА РАНГ МАТРИЦЫ УПРАВЛЯЕМОСТИ

Касаткина Т.С.

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Россия, 105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская д. 5,
8-926-604-16-23, kasatkina_t_s@mail.ru

Для аффинных систем $\dot{x} = A(x) + B(x)u$ с независимой переменной t исследуется поведение ранга их матрицы управляемости при переходе к новой независимой переменной ξ. Пусть функция $f(x)$ интеграл векторного поля B, т.е. $\operatorname{grad} f(x) B(x) = 0.$

Теорема. Если ранг матрицы управляемости двумерной аффинной системы с одним управлением равен нулю или единице в некоторой точке, то он не меняется при переходе к новой независимой переменной $\xi = f(x)$, где функция $f(x)$ интеграл векторного поля B. Если он равен двум, то его значение уменьшается на единицу.

При некоторых заменах независимой переменной ранг матрицы управляемости может изменится. Например, ранг матрицы управляемости аффинной системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 + 1, \\ \dot{x}_2 = x_2 + u \end{cases} \tag{1}$$

равен единице в любой точке R^2. После перехода к новой независимой переменной $\xi = \int_0^t e^{x_2(\tau)} d\tau$ система (1) запишется в виде

$$\begin{cases} x_1' = e^{-x_2}\left(x_1^2 + 1\right), \\ x_2' = e^{-x_2} x_2 + e^{-x_2} u. \end{cases} \tag{2}$$

Ранг матрицы управляемости системы (2) равен двум в любой точке R^2.

Замечание. Система (1) не преобразуется к регулярному каноническому виду. Преобразованная система (2) эквивалентна в R^2 регулярной системе канонического вида [1]

$$\begin{cases} z_1' = z_2, \\ z_2' = f(z) + g(z)u, \quad f(z) = z_2^2\left(2z_1 - \ln\left(z_1^2 + 1\right) + \ln z_2\right)/\left(z_1^2 + 1\right), g(z) = z_2^2/\left(z_1^2 + 1\right), \end{cases}$$

заданной в области $z_2 > 0.$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 11-01-00733) и Программы Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (проект НШ-3659.2012.1).

Литература

1. *Краснощеченко В.И., Крищенко А.П.* Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 520 стр.