НЕТЕРОВЫ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫРОЖДЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Чуйко С.М.

Донбасский государственный педагогический университет;
Украина, 84112, Донецкая обл., г. Славянск, ул. Лозановича, 14-31;
e-mail: chujko-slav@inbox.ru

Найдены достаточные условия разрешимости нетеровой $(m \neq n)$ краевой задачи для вырожденной $(k \neq n)$ дифференциально-алгебраической системы [1,2]

$$A(t)\frac{dz}{dt} = B(t)z + f(t),\ A(t),\ B(t) \in \mathbb{R}^{k\times n},\ \mathbb{C}[a,b],\ \ell z(\cdot) = \alpha,\ \ell z(\cdot): \mathbb{C}[a,b] \to \mathbb{R}^m, \quad (1)$$

которые не предполагают использования ни центральной канонической формы [1], ни совершенных троек матриц [2].

Теорема. *Предположим, что матрица* $B^+(t)A(t)$ *постоянного ранга* δ *и не имеет среди собственных чисел нулей геометрической кратности, отличной от алгебраической; при этом неособенным преобразованием подобия она приводится к жордановой форме* $B^+(t)A(t) = S(t)J(t)S^{-1}(t)$. *При условиях* $P_{A^*(t)}B(t) \neq 0$, $P_{B^*(t)}A(t) = 0$ *и* $P_{B^*(t)}f(t) = 0$ *для непрерывной матрицы* $J_\delta^{-1}(t)$ *и постоянной матрицы* $S(t) \equiv S$ *система* (1) *имеет решение вида*

$$z(t,c_\delta) = X(t)c_\delta + K[f(s)](t),\ K[f(s)](t) = S\cdot\mathcal{K}[\varphi(s),\psi(s)](t),\ c_\delta \in \mathbb{R}^\delta,$$

где

$$X(t) = S\cdot\big(Y_\delta(t)O\big),\ \mathcal{K}\big[\varphi(s),\psi(s)\big](t) := \begin{pmatrix} Y_\delta(t)\int_a^t Y_\delta^{-1}(s)J_\delta^{-1}(s)\varphi(s)ds \\ -\psi(t) \end{pmatrix},$$

$Y_\delta(t)$ *– нормальная фундаментальная матрица системы* $u' = J_\delta^{-1}(t)u$,

$$\varphi(t) = (I_\delta\ \ O)S^{-1}B^+(t)f(t) \in \mathbb{R}^\delta,\ \psi(t) = (O\ \ I_{n-\delta})S^{-1}B^+(t)f(t) \in \mathbb{R}^{n-\delta}.$$

В критическом случае $(P_{Q^*} \neq 0, Q := \ell X(\cdot))$ *краевая задача* (1) *имеет семейство решений*

$$z(t,c_r) = X_r(t)c_r + G[f(s);\alpha](t),\quad c_r \in \mathbb{R}^r,$$

$$G[f(s);\alpha](t) := X(t)Q^+\{\alpha - \ell K[f(s)](\cdot)\} + K[f(s)](t).$$

Здесь $J_\delta(t) \in \mathbb{R}^{\delta\times\delta}$ – невырожденный блок жордановой формы $J(t)$, соответствующий ненулевым собственным числам матрицы $B^+(t)A(t)$ и $P_{A^*(t)}$, $P_{B^*(t)}$, P_{Q^*} – ортопроекторы транспонированных матриц $A^*(t)$, $B^*(t)$, Q^*.

Литература.

1. *Campbell S.L.* Singular Systems of differential equations. – San Francisco – London – Melbourne: Pitman Advanced Publishing Program, 1980. 178 p.

2. *Бояринцев Ю.Е., Чистяков В.Ф.* Алгебро-дифференциальные системы. Методы решения и исследования. – Новосибирск: Наука, 1998. 224 стр.