ПСЕВДОГРАДИЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ КАК КЛАССИЧЕСКИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ СИСТЕМЫ С ПСЕВДОЕВКЛИДОВЫМ ФАЗОВЫМ ПРОСТРАНСТВОМ: ИХ СВОЙСТВА И СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ ПРИМЕРЫ

Морнев О.А.

Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН
Российская Федерация, 142290 Московская обл., г. Пущино
тел.: +7 (4967) 73-92-62 (сл.); e-mail: mornev@mail.ru

Введён и рассмотрен класс *псевдоградиентных динамических систем* – физических систем, уравнения движения которых могут быть представлены в виде

$$\partial\Gamma(q,\dot q)/\partial\dot q^i = -\partial G(q)/\partial q^i \qquad \left(2\Gamma(q,\dot q)\equiv\gamma_{ik}(q)\dot q^i\dot q^k, \quad \partial\Gamma(q,\dot q)/\partial\dot q^i\equiv\gamma_{ik}(q)\dot q^k\right); \tag{1}$$

здесь $q\equiv\left(q^1,..,q^n\right)$ – координаты состояния системы, $\dot q\equiv\left(\dot q^1,..,\dot q^n\right)$ – её скорости, $G(q)$ и $\Gamma(q,\dot q)$ – *потенциал* (*производящая функция*) и, соответственно, *диссипативная функция* псевдоградиентной системы, по верхнему и нижнему повторяющимся индексам идёт суммирование от 1 до n; при этом квадратичная форма скоростей, определяемая в точках q фазового пространства функцией $2\Gamma(q,\dot q)$, является, по условию, знакопеременной формой с постоянным индексом инерции во всём пространстве. (В континуальном случае потенциал G в (1) заменяется интегральным функционалом $G[q]$, частные производные заменяются функциональными, сумма в Γ заменяется интегрированием по пространству.)

Примерами систем рассматриваемого класса являются линейный гармонический осциллятор, осциллятор с линейной упругой силой и линейным/нелинейным по скорости трением, а также некоторые технические/биофизические генераторы нелинейных импульсов и их континуальные аналоги, поддерживающие проведение автоволн.

Характерное свойство псевдоградиентных систем состоит в том, что фазовое пространство любой из них снабжено естественной псевдоримановой метрикой $2\Gamma(q,\dot q)$, которая в некоторых случаях глобально вырождается в псевдоевклидову; при этом потенциал G и параметры, определяющие изотропные векторы метрики, оказываются связанными, как правило, с мощностными характеристиками конкретной физической системы. Например, в случае гармонического осциллятора потенциал G есть мощность упругой силы, действующей на осциллятор, а изотропными являются те векторы фазовой скорости осциллятора, на которых указанная мощность, циклически меняющаяся в ходе колебаний системы, проходит через экстремум. В случае же осциллятора с вязким трением изотропные векторы фазовой скорости соответствуют экстремумам *потенциала рассеяния*, определяемого суммой мощности упругой силы и диссипативной функции сил вязкого трения (последняя функция отлична от $\Gamma(q,\dot q)$ в (1)).

Таким образом, псевдоевклидово пространство, пришедшее в физику в связи со специальной теорией относительности, в рассмотренных примерах появляется вновь – однако уже в совершенно ином физическом контексте.