ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ «НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ» В УСЛОВИЯХ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «МАТЕМАТИКА»

Гайсина А. Р.

(Россия, Астрахань)

В статье идет речь о необходимости учитывать профессиональную направленность изучения одного из основных понятий математического анализа «Непрерывность функции» в условиях дифференцированного обучения. Подробно изложена система построения занятий по данной теме.

На современном этапе развития высшего образования цель обучения в вузах, готовящих педагогические кадры, состоит в том, чтобы подготовить студента, который обладал бы глубокими научными знаниями, методологией творческой деятельности, педагогическим и методическим мастерством. Для этого необходимо добиться такого уровня математических знаний, который гарантировал бы студенту овладение фундаментальными понятиями именно школьного курса математики.

Опрос показал, что в начале обучения в университете на педагогических специальностях более половины студентов не имеют профессиональных мотивов к изучению курса математического анализа. Основной причиной этого является то, что, по мнению студентов, большая часть курса математического анализа далека от школьного курса математики, на лекциях и практических занятиях по математическому анализу будущие учителя математики не получают знания и умения, методические и педагогические рекомендации, связанные с методами активного обучения, которые они смогли бы использовать в своей будущей работе в школе.

Относительно уровня строгости обучения математики необходимо подчеркнуть, что он должен быть педагогически целесообразным и оправданным, то есть удовлетворять, например, таким условиям, как четкость и однозначность формулирований всех определений и теорем; разъяснения новых понятий, фактов и методов достаточным количеством иллюстративных примеров; направленность на развитие настоящей научной интуиции, что возможно только на основе точного знания; формирования убеждения, которое точное знание невозможное без строгих логических умозаключений; все, что может быть доказанным, должно быть доказанным, или указано, где это сделано, и почему это нельзя сделать в данном курсе.

Это будет оказывать содействие воспитанию честности и добросовестности, формированию умения отличать обоснованные утверждения от необоснованных, поможет учителю выработать профессиональный взгляд на школьный курс математики, сформирует у него умения преподавать один и тот же материал на разных уровнях строгости. Это является важным профессиональным умением, которое должно быть сформировано в вузе при обучении основных понятий.

Одним из фундаментальных понятий математики, имеющих важное значение, как в ней самой, так и в её многочисленных приложениях, является понятие непрерывности функции. Важно отметить, что с этим понятием многие студенты сталкивались в школе, обучаясь по разным программам. Но оно не было объяснено на высоком методическом уровне.

И важно, чтобы они поняли основную идею, которая заложена в этом понятии – идея «малого» отклонения друг от друга значений функции $f(x)$, когда значения аргумента x, которым отвечают эти значения функции достаточно «близки».

В курсе одномерного математического анализа традиционно понятие непрерывности выступает в качестве вторичного понятия, а понятие предела в качестве первичного. Студентам необходимо объяснить, что для непрерывности предел $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ не только должен существовать, но и должен совпадать со значением функции в данной точке $f(x_0)$, т.е. должно быть равенство:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

Но здесь полезно обратить внимание студентов на то, что точка x_0 для $D(f)$ может быть и точкой сгущения, и изолированной точкой, а понятие предела функции было определено лишь в точке сгущения области определения. Следовательно, понятие непрерывности нуждается в доопределении для случая, когда x_0 – изолированная точка $D(f)$. В этом случае функцию считают непрерывной в изолированной точке. Хотя этот факт часто упускается из вида.

Далее, учитывая определения предела функции в точках в формах Гейне и Коши, необходимо предложить и определения непрерывности в форме Гейне, Коши, в окрестностной форме и определение, опирающееся на связь бесконечно малых приращений аргумента и функции. Это следует выполнить в совместной работе преподавателя и студентов. При этом эти определения при возможности следует записывать в символической форме, чтобы уже с первого курса приучать студентов к логико-математическому языку. Необходимо подчеркнуть, что все эти определения непрерывности эквивалентны. В качестве творческого задания следует предложить доказать эквивалентность определений непрерывности функции в точке по Гейне и Коши. Эта работа у студентов не должна вызвать особых затруднений.

На лекции следует доказать теорему о непрерывности суммы непрерывных функций, а доказательство непрерывности произведения и частного непрерывных функций предложить провести студентам самостоятельно для развития их творческого мышления и развития математической культуры будущих учителей математики. Это задание можно рекомендовать выполнить всем студентам вне зависимости от их математической подготовки. Эти теоремы, а также теорема о непрерывности сложной функции не вызывают трудностей и достаточно подробно рассматриваются в учебниках по математическому анализу. А вот доказательство теоремы о локальной устойчивости знака непрерывной функции полезно предложить студентам провести от противного. Эти теоремы достаточно просты для понимания, также как и глобальные свойства непрерывных на отрезке функций (свойство ограниченности, о наибольшем и наименьшем значениях, о компактности множества значений функций, теоремы о нуле и промежуточном значении). При рассмотрении теоремы о том, что всякая функция $f(x)$ непрерывная на $\left[a,b\right]$ ограничена на этом отрезке, можно предложить студентам следующий вопрос: «Справедлива ли эта теорема для непрерывной функции на интервале?». Ответить на вопрос поможет знакомая из школьного курса гипербола $f(x)=1/x$, рассматриваемая на $\left(0,1\right)$.

Известно, что можно кроме локального подхода к понятию о непрерывности функции на X, как непрерывности в каждой точке этого множества X, идею непрерывности функции выразить сразу на всём множестве X. Формально это означает, что придется поменять местами второй и третий кванторы. Это приводит к новому понятию равномерной непрерывности функции на множестве X, основывающемуся на том же идейном принципе, согласно которому непрерывность обеспечивается малостью изменения функции при малых изменениях аргумента.

Необходимо обсудить со студентами различие и связь между понятием непрерывности в точке и понятием равномерной непрерывности. Такого типа вопросы необходимо разобрать, как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях.

Однако в методической литературе проведению практических занятий уделено недостаточное внимание, а проведение этих занятий является ответственной и трудной частью обучения студентов хотя бы потому, что именно на практических занятиях студенту приходится самостоятельно думать, вникая в содержание задачи и подыскивая метод ее решения. Это важные элементы творческого процесса, и поэтому необходимо отметить, что именно практические занятия являются первым и важным шагом на пути развития творческих способностей будущих учителей математики. Именно на практических занятиях можно реализовывать дифференцированный подход к студентам. Были разработаны системы уровневых упражнений. При этом задачи практического содержания должны быть освоены всеми студентами.

На практических занятиях, которые обычно следуют за лекцией, необходимо разбирать упражнения обычно не вызывающие особых трудностей. Это задачи на доказательство непрерывности функции, используя эквивалентные определения непрерывности функции в точке, задачи на нахождение точек разрыва и определение их типа.

Это задачи, которые помогают лучше понять суть этих определений и создают базу для развития творческого мышления студентов при решении более сложных задач. И если студенты достаточно хорошо усвоили теоретический материал и успешно справились заданиями, разбираемыми на практических занятиях, то необходимо провести специальный теоретический семинар.

Наиболее удачной, по-нашему мнению, считается следующая схема проведения занятий при изучении темы «Непрерывность функции»: сначала проводится лекция, где вводятся основные понятия, разъясняется суть основных теорем и утверждений; затем следует практическое занятие, где разбираются стандартные задачи и упражнения по теме; а далее, когда студенты уже достаточно хорошо ориентируются в данной теме – проводится теоретический семинар по этой теме. Такой семинар должен представлять собой творческую работу студентов с участием и под руководством преподавателя. Эти семинары призваны обеспечить высокую культуру математического мышления. Здесь разбираются задачи «повышенной трудности», требующие более высокой подготовки студентов.

Теоретические семинары должны представлять собой творческую работу студентов под руководством преподавателя. Они служат для активизации познавательной деятельности студентов и для повышения их математической культуры. В процессе решения задач повышенной сложности (на доказательство новых фактов, не рассмотренных ни на лекции, ни на практическом занятии; задач, в ходе решения которых необходимо либо доказать какой–либо факт, либо привести контрпример) происходит формирование творчески мыслящего специалиста. При организации таких семинаров необходимо учитывать математическую подготовку студентов I курса. Сначала необходимо разобрать со студентами легкие задачи, при решении которых достаточно хорошо ориентироваться в определении непрерывности функций в точке. Например, «Можно ли формулировать определение непрерывности функции в точке x_0 следующим образом: функция $f(x)$ называется непрерывной в точке x_0, если для любого ε найдется $\delta > 0$, такое, что как только $|x - x_0| < \delta$, то будет $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$».

Далее студентов необходимо познакомить с функцией Дирихле

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ - рационально} \\ 0, & \text{если } x \text{ - иррационально} \end{cases},$$

которая играет важную роль при решении целого ряда задач. Знание этой функции поможет решить целый ряд задач, как, например:

- Привести пример функции непрерывной только:а) в одной точке; б) в двух точках; в) в n точках; г) в бесчисленном множестве точек.

Кроме задач на доказательство непрерывности функции, представляющих сумму, произведение и частное непрерывных функций, решенных на практических занятиях; на теоретических семинарах необходимо рассмотреть задачи следующего типа, т.к. эти задачи требует от студентов не только знание теоретического материала, но и умение находить контрпримеры.

- Дано: в точке x_0 функция $f(x)$ непрерывна, а функция $\varphi(x)$ разрывна. Что можно сказать о непрерывности суммы $f(x) + \varphi(x)$ и разности $f(x) - \varphi(x)$ в точке x_0?

На таких семинарах следует также рассмотреть вопросы, касающиеся основных теорем о непрерывных функциях. Здесь важно, чтобы студент сумел применить эти теоремы к решению задач.

• Существует ли функция $f(x)$, непрерывная на $[a,b]$, взаимно однозначно отображающая отрезок $[a,b]$ на $(-\infty,+\infty)$?

Проведение таких теоретических семинаров способствует лучшему освоению теоретического материала, а также заставляет студентов «думать». Тем самым, происходит формирование творческого мышления, избегается решение задач «по трафарету».

Подготовка будущего учителя математики к профессиональной деятельности достигает цели, если в результате удается сформировать инициативного, творчески активного педагога, способного в свою очередь формировать творческую личность учащегося.

Задача индивидуализации математического образования студентов в вузах, готовящих педагогические кадры, с успехом может быть реализована и через многовариантность индивидуальных творческих заданий. Задания направлены на: 1) овладение знаниями и умениями в объеме, необходимом для формирования представлений об изучаемом объекте и решении вопросов преемственности со средней школой; 2) совершенствование математической культуры студентов посредством изучения вопросов, связанных с историей возникновения и развития понятий; 3) развитие умений решать текстовые задачи.

Меняется методика организации учебного процесса, что дает возможность для индивидуального роста студента. Постоянное их выполнение позволяет совершенствовать педагогическое мастерство и развивать творческую самостоятельность студентов, а также реализовывать их индивидуальные возможности.

Стремление будущего учителя математики самостоятельно отыскивать новую информацию, выдвигать нестандартные идеи, творчески осваивать смежные области деятельности порождает в его сознании оригинальные идеи и способствует формированию у него творческой активности, которая на современном этапе развития математического образования является одним из ведущих компонентов становления его как творческой личности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорофеев С.Н. Основы подготовки будущих учителей математики к творческой деятельности. Монография. Пенза, 2002.– 218 с.
2. Махмутов М.И. Принцип профессиональной направленности обучения // Принципы обучения современной педагогической теории и практике. – Челябинск, 1985.– с. 52-56 .
3. Ованесов Н.Г. Педагогика математика высшей школы (подготовка учителя). Астрахань: ИД «Астраханский университет», 2003-102 с.
4. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения.– М.: Педагогика, 1986.– 176 с.

PROFESSIONAL ORIENTATION OF STUDY THE CONCEPT OF "CONTINUOUS FUNCTION" UNDER CONDITIONS OF DIFFERENTIAL EDUCATION MATHEMATICAL FIELD STUDENTS

Gaysina A. R.

(Astrahan', Russia)

In the article it is shown that it is necessary to take into account student's occupation while teaching them the concept of "continuous function". The detailed plan of the lesson is set out.