АНАЛИЗ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК ОТКАЗОУСТОЙЧВОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ ПЛАНЕТАРНОГО ТИПА

Коганов А. В., Сазонов А. Н.

(Россия, Москва)

Рассматривается наработка на отказ вычислительных сетей со случайным разрушением и восстановлением элементов. Исследуется критическое соотношение между вероятностями разрушения и восстановления.

Введение.

В современном обществе быстро возрастает значение распределенных систем информационного и вычислительного назначения. С увеличением сложности и объема этих систем возрастает влияние аварийных факторов на их функционирование. Данная работа посвящена исследованию критических показателей разрушения для специального класса систем – систем планетарного типа. Решение задачи для произвольного графа требует значительно больших вычислительных ресурсов и времени счета. Но большинство реальных распределенных информационных систем имеет структуру, близкую к планетарной.

Ниже дается формальное описание математической модели, комплекса алгоритмов, численного эксперимента и его результатов.

2. Общий алгоритм моделирования работы ВС с разрушением и восстановлением

2.1 Понятие вычислительной среды и модели задачи

Обобщенная модель вычислительной среды (ВС) - направленный граф с помеченными вершинами, где метки (цвета) вершин соответствуют типам узлов, а дуги – односторонним каналам передачи данных.

Модель задачи (МЗ) основывается на модели ВС (МВС) и также является направленным графом с мечеными вершинами. Под разложимостью графа МЗ на граф МВС понимается возможность ассоциировать каждую вершину МЗ с некоторой вершиной МВС того же типа. При этом если между двумя вершинами графа МЗ есть дуга, то между образами вершин МЗ на графе МВС также должна быть дуга того же направления, либо образы этих вершин должны совпадать.

В случае выхода из строя компонентов ВС, оставшаяся работоспособной часть системы называется разрушенной ВС (РВС). Поскольку задача может использовать не все узлы исходной ВС, а также при дублировании элементов ВС, в некоторых случаях исходная задача сможет выполняться на РВС.

Для исследования отказоустойчивости МЗ может быть выбрана так, чтобы ее граф совпадал с графом исходной ВС. Такая МЗ называется полной (ПМЗ). В этом случае работа задачи на РВС (при условии, что граф РВС не совпадает с графом ВС) будет возможна только если в ВС имело место дублирование узлов и существуют все необходимые задаче дуги графа РВС. При этом предполагается, что на одном узле РВС может выполняться несколько подзадач МЗ соответствующего типа и локальные пересылки данных (с любого узла РВС на него же) всегда возможны.

2.2 Общий алгоритм моделирования работы ВС

Алгоритм 1: Для направленного раскрашенного графа ВС произвольного вида моделирование разрушения и восстановления производится путем последовательного разрушения всех узлов ВС при помощи испытания Бернулли с вероятностью Pd для каждого узла, и их восстановления с вероятностью Pf. Каждая итерация разрушения и восстановления заканчивается поиском отображения ПМЗ на полученную РВС. Если в течение заданных Ni итераций отказ получен не был, эксперимент считается успешным.

Возможна смена порядка этапов восстановления и разрушения, что приводит к двум вариантам алгоритма: DF (разрушение–

восстановление–отображение) и FD (восстановление–разрушение–отображение).

Данный эксперимент при Pf<1 и Pd>0 не может закончиться успехом при бесконечном числе итераций, т.к. путем восстановления не может быть получено больше вершин, чем существовало в графе исходной ВС, а в силу вероятностного характера процесса разрушения на бесконечности будет существовать итерация, в которой граф РВС будет вырожденным.

Задача поиска подграфа, изоморфного данному, для не раскрашенных графов является NP-полной [1]. Не раскрашенный граф является частным случаем раскрашенного (одноцветного), и, таким образом, задача для раскрашенных графов также является NP-полной. Поиск разложения МЗ на РВС может быть полиномиально сведен к задаче поиска подграфа, изоморфного данному при помощи добавления специальных вершин к графам МЗ и РВС [2]. Таким образом, общий алгоритм моделирования достаточно ресурсоемок. Кроме того, для графов ВС произвольного вида неоднозначна оценка их «сложности».

3. Алгоритм моделирования работы ПВС с разрушением и восстановлением

Планетарная вычислительная среда (ПВС) – ВС, граф которой двунаправленный и состоит из центральных элементов (звезд), с каждой из которых связаны серверные элементы разных типов (планеты). Планетарная система — подграф ПВС, состоящий из одной звезды и всех ее планет. Звезды между собой связаны полным графом. Цвета всех звезд одинаковы. Цвета планет могут отличаться, однако никогда не совпадают с цветом звезд.

Для ПВС был задан процесс генерации вероятностного типа с тремя основными характеристиками: S – количество звезд, C – количество цветов, K – среднее количество планет каждого цвета у каждой звезды Число планет у звезды равно KC. При генерации ПВС каждая планета получает цвет как реализацию равновероятного испытания Бернулли на множестве цветов 1,…,C.

Процесс поиска отображения ПМПЗ на РПВС (**алгоритм 2)** сводится к поиску для каждой звезды из МЗ звезды-образа в РПВС такой, что множество цветов планет исходной звезды не менее аналогичного множества для ее образа. При этом количество планет одинакового цвета у звезды в РПВС несущественно. Это значительно проще, чем поиск отображения МЗ на произвольную РВС. В остальном, модель аналогична алгоритму 1

4 Алгоритм поиска критической вероятности разрушения

Алгоритм 3. Для проведения статистического эксперимента вычисления среднего времени отказа дополнительно задается параметр Ne – количество экспериментов для одного набора параметров S, C, K, Pd, Pf, Ni. Здесь S, C, K – параметры генерации графа в каждом эксперименте, Pd, Pf, Ni – параметры эксперимента. Далее с применением алгоритма 2 Ne раз может быть вычислено количество удачных экспериментов F. Полученное значение F (finish) характеризует количество экспериментов, в которых отказ не был получен на всех итерациях.

Критической вероятностью разрушения для заданных параметров S, C, K, Pf, Ni, Ne и некоторого $\varepsilon \in (0,1)$ называется эмпирическое значение Pc, такое, что при меньших либо равных значениях Pd выполняется $F/Ne>(1-\varepsilon)$: $Pc=\max\{P \mid Pd\leq P \Rightarrow F/Ne>(1-\varepsilon)\}$. В этом случае при $Pd\leq Pc$ вероятность «неуспеха» ниже ε.

Путем варьирования Pd получим алгоритм статистического поиска критической вероятности разрушения ПВС:

Алгоритм 4. Зададим параметры S, C, K, Pf, Ni, Ne, ε, Pdmin, Pdmax, ΔPd, где Pdmin и Pdmax – минимальная и максимальная вероятности разрушения для поиска, ΔP – шаг изменения вероятности. Для каждой вероятности $Pdi=Pdmax$, $Pdmax-\Delta Pd$, $Pdmax-2\Delta Pd$, … $Pdmax-n\Delta Pd$, где n, такое, что $Pdmax-Pdmin-\Delta Pd<n\Delta Pd<Pdmax-Pdmin$ проводится эксперимент с использованием алгоритма 3. В случае, если, начиная с некоторого эксперимента k получаемые количества успехов в экспериментах Fi (при вероятности разрушения $Pdi=Pdmax-i\Delta Pd$) таковы, что $Fi/Ne>(1-\varepsilon)$ для всех $i\in[k, n]$, критическая вероятность разрушения Pc полагается равной $Pdk= Pdmax-k\Delta Pd$. Если такого k не найдено, Pc полагается равным нулю.

При варьировании параметров S и Pf аналогично варьированию параметра Pd в алгоритме 4 получим **алгоритм 5** с дополнительными параметрами Smin, Smax, Pfmin, Pfmax, и ΔPf. Здесь ΔS полагается равным 1.

Так как Алгоритмы 2-5 решают каждый часть задачи следующего и в силу переборного характера всех этих алгоритмов, вычислительная сложность задачи поиска критической вероятности даже для ПВС достаточно высока. В случае произвольной ВС для разложения МЗ приходилось бы использовать также сложный алгоритм из класса NP, что еще более усложняло бы сбор статистики при разных параметрах экспериментов.

5. Результаты численного эксперимента

Параметры эксперимента: S=1,…,20; C=20; K=20; Ni=500; Ne=200; ε=0,01; Pdmax=0,98; Pdmin=0,04; ΔPd=0,02; Pfmax=0,6; Pfmin=0,2; ΔPf=0,05

Таблица 1. Полученные значения Pc в зависимости от S и Pf

Pf \ S	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0,2	0	0	0	0	0	0,04	0,04	0,1	0,08	0,14
0,25	0	0	0	0	0,04	0,06	0,08	0,1	0,14	0,16
0,3	0	0	0	0	0,04	0,1	0,12	0,12	0,18	0,18
0,35	0	0	0	0,04	0,04	0,1	0,08	0,18	0,18	0,2
0,4	0	0	0	0,04	0,06	0,06	0,18	0,2	0,28	0,3
0,45	0	0	0	0,04	0,08	0,16	0,2	0,2	0,3	0,34
0,5	0	0	0	0,04	0,12	0,14	0,26	0,3	0,4	0,46
0,55	0	0	0,04	0,06	0,12	0,2	0,22	0,4	0,54	0,56
0,6	0	0	0	0,06	0,16	0,24	0,36	0,38	0,52	0,74
0,2	0,12	0,16	0,18	0,22	0,22	0,28	0,28	0,3	0,32	0,32
0,25	0,2	0,2	0,24	0,26	0,28	0,32	0,36	0,42	0,36	0,42
0,3	0,2	0,3	0,28	0,36	0,36	0,44	0,5	0,5	0,5	0,56
0,35	0,28	0,34	0,42	0,4	0,4	0,58	0,54	0,58	0,62	0,68
0,4	0,34	0,44	0,52	0,54	0,6	0,52	0,62	0,64	0,76	0,88
0,45	0,38	0,54	0,54	0,56	0,68	0,7	0,84	0,94	0,96	0,98

Pf \ S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,5	0,4	0,62	0,7	0,7	0,78	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
0,55	0,68	0,72	0,78	0,98	0,8	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
0,6	0,72	0,9	0,9	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98

Уравнение линейной регрессии: Pc=0,045S+1,186Pf-0,59

Таблица 2. Доверительные интервалы по уровню 5% для детализированного эксперимента с восстановлением после разрушения

Параметр	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*
Свободный член	-0,653	-0,527
S	0,042	0,0483
Pf	1,056	1,317

Также было поставлено два эксперимента с одинаковыми параметрами S=1,…,20; C=20; K=20; Ni=500; Ne=200; ε=0,01; Pdmax=0,95; Pdmin=0,05; ΔPd=0,05; Pfmax=0,5; Pfmin=0,2; ΔPf=0,05, отличавшихся только последовательностью этапов восстановления и разрушения. Для них были получены следующие уравнения регрессии:

Эксперимент с DF: Pc=0,04S+1,2Pf-0,54 (1)

Эксперимент с FD: Pc=0,02S+0,36Pf-0,17 (2)

В эксперименте (1) на каждой итерации сначала проводилось разрушение, затем восстановление РВС и, наконец, поиск вложения ПМПЗ в РВС. В эксперименте (2) итерация: восстановление РВС, разрушение, вложение ПМПЗ. В эксперименте 2 коэффициент при S уменьшился в более чем в 2 раза, коэффициент при Pf уменьшился более чем в 3 раза, свободный член уменьшился более чем в 3 раза. Кроме того, в эксперименте (2) max(Pc)=0,4, а в эксперименте (1) max(Pc)=0,95, что равно Pdmax, т.е. это максимально возможное значение при заданных параметрах эксперимента. Таким образом, обращаясь к предметной интерпретации задачи, в описанных условиях ремонт системы перед очередным циклом работы позволяет увеличить надежность системы более чем в 2 раза (по критерию значения критической вероятности отказа).

В силу причин, указанных в п. 2.2, при вероятности разрушения более 0 и вероятности починки менее 1 с увеличением количества итераций Pc для всех Pf и S стремятся к нулю.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 04-01-00363

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cook S. A. The complexity of theorem-proving procedures // Annual ACM Symposium on Theory of Computing. 1971, P. 151-158.
2. Коганов А.В., Сазонов А.Н. Анализ отказоустойчивости вычислительной среды планетарного типа // Сборник научных трудов Международной научной конференции «Математика. Компьютер. Образование». Т. 2, вып. 13 / Под ред. Г. Ю. Ризниченко. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. С. 235-248.
3. Коганов А.В., Сазонов А.Н. Анализ отказоустойчивости вычислительной среды планетарного типа. 13-я международная конференция "Математика. Компьютер. Образование", Тезисы докладов , Дубна, 2006, с. 152.
4. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: "Мир", 1975.
5. Коганов А. В. Индукторные пространства как средство моделирования // Вопросы кибернетики (Алгебра, Гипергеометрия, Вероятность, Моделирование). 1999, С. 119-181.

FAULT-TOLERANCE CRITICAL POINTS ANALYZIS FOR COMPUTING ENVIRONMENT OF PLANETARY TYPE

Koganow A. V., Sazonov A. N.

(Russia, Moscow)

The Computing environment models (CEM), represented by oriented graphs with typed vertices are examined. The CEM elements are destroyed and fixed using destruct and fix probabilities, and the average time between CEM failures is examined. Also the critical proportion between destruct and fix probability is examined.