

РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПОСТРОЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СЕТОК ДЛЯ НЕРАВНОМЕРНО ЗАДАННЫХ ДАННЫХ И ОСНОВАННЫХ НА НИХ ДВУМЕРНЫХ СПЛАЙНОВ

Марков К. Н.

В работе рассматриваются алгоритмы построения неравномерных сеток для нерегулярно заданных данных. Описываются алгоритмы разбиения сетки на области в зависимости от характера расположения данных

Введение. На практике часто приходится иметь дело со случаем, когда данные, требующие аналитического описания, задаются не в узлах сетки, а внутри нее, при том – с некоторой погрешностью. В этом случае классические методы не применимы, так как вид функционала, используемого для сглаживания, зависит от характера расположения исходных данных относительно ячеек сетки и от их количества внутри каждой из них. Таким образом, постановки задач, приводящие к наборам нерегулярных данных, до сих пор являются актуальными. Математическая постановка задачи сглаживания в случае двух переменных подробно описана в [1].

Там, где наблюдается сгущение экспериментальных данных или имеются резкие перепады значений приближаемых величин, сетка должна быть подробной, иначе точность вычислений будет плохой. А на тех участках сетки, где данных мало или приближаемые значения меняются плавно, хорошую точность может обеспечить и крупный шаг. Мелкий шаг сетки при этом не выгоден, т.к. он приводит к сильному увеличению вычислительных затрат [2]. Таким образом из сетки, целесообразно выделить такие области (рис. 1), по каждой из них построить свой двумерный сглаживающий сплайн [1], которые затем гладко «сшиваются» на общей границе.

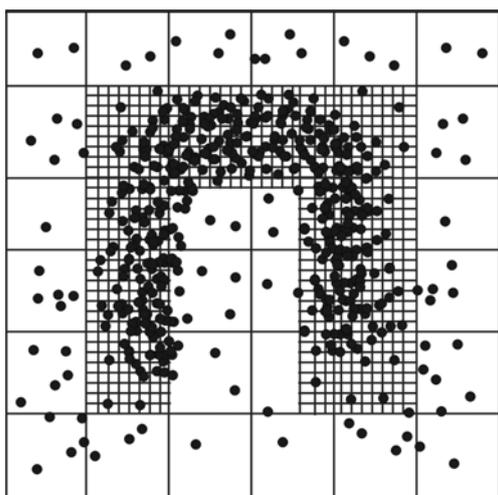


Рис. 1. Сетка, сгущенная по областям

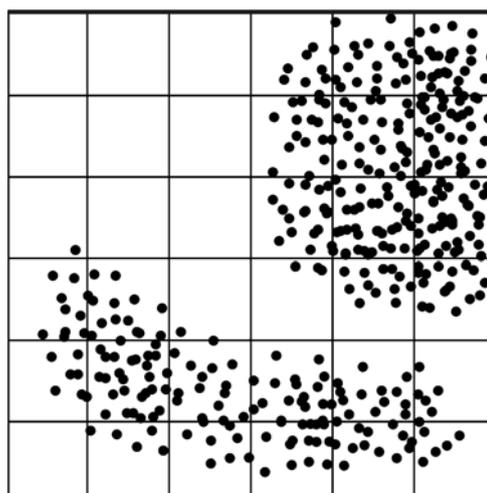


Рис. 2. Неравномерное расположение точек

Неравномерная сетка, удачно подобранная для определенного набора исходных данных, позволяет избежать лишних узлов, снизить объем вычислений коэффициентов приближающей функции и объема памяти и произвести вычисления с хорошей точностью. Разумеется, для другого набора исходных данных эта сетка может быть малопригодной. Для каждого набора экспериментальных данных должен производиться индивидуальный подбор сетки.

Сетки сравнительно не эффективны, если данные расположены неравномерно – плотно в одних частях и редко в других (рис. 2).

В таких случаях никакой выбор размера ячейки регулярной сетки не может гарантировать эффективного использования вычислительных ресурсов.

В данной статье будут рассмотрены два алгоритма (автоматический и полуавтоматический) разбиения исходной области на подобласти, в которых структура сетки определяется характером расположения данных.

Разбиение сетки на подобласти в автоматическом режиме. Изначально вся сетка состоит из одной ячейки (рис. 3).

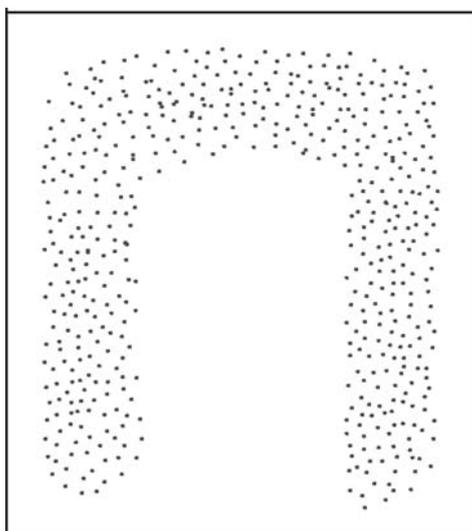


Рис. 3. Сетка, состоящая из одной ячейки

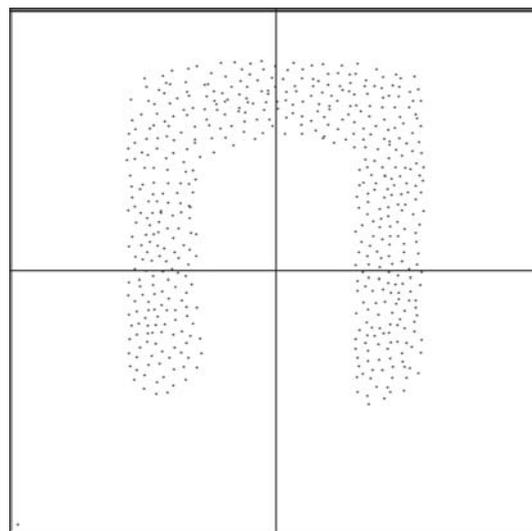


Рис. 4. Деление ячейки, путем проведения двух секущих линий

Данная ячейка делится путем проведения двух секущих прямых линий, одна из которых вертикальная, другая горизонтальная, пересекающихся в центре ячейки и таким образом получается четыре одинаковых по размеру ячейки (рис. 4).

Процесс деления продолжается до тех пор, пока внутри ячейки, которая должна делиться, не останется достаточного количества точек, удовлетворяющий некоторому пороговому значению. На рисунках 5 – 8 показаны этапы итерационного деления области на подобласти.

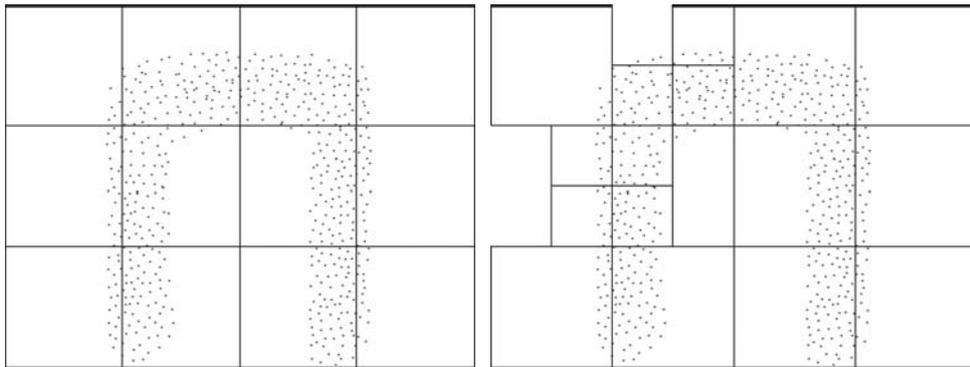


Рис. 5. Шаг итерационного процесса деления на подобласти

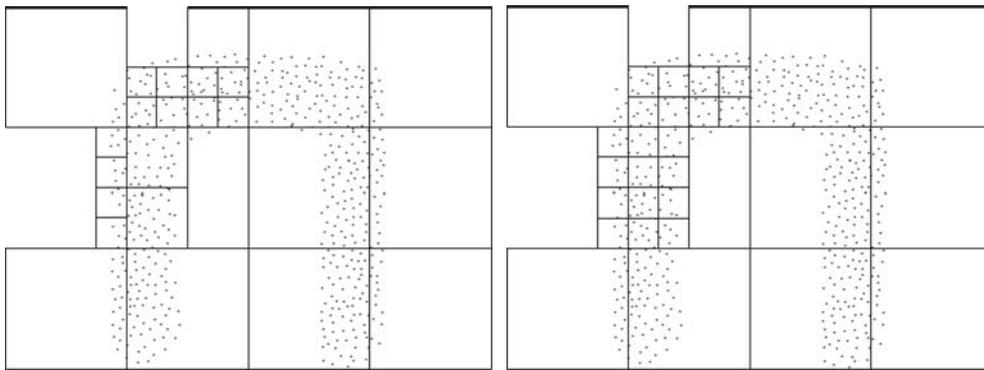


Рис. 6. Шаг итерационного процесса деления на подобласти

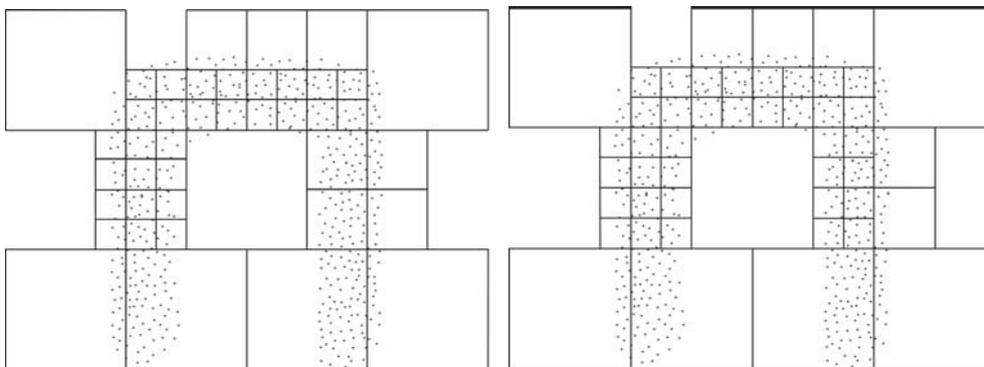


Рис. 7. Шаг итерационного процесса деления на подобласти

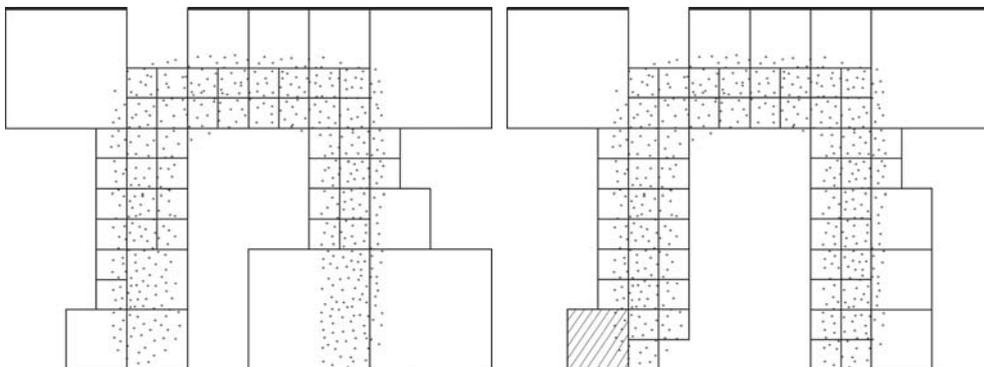


Рис. 8. Шаг итерационного процесса деления на подобласти

После завершения вышеописанного итерационного процесса производится обработка полученного разбиения, т.е. подбор оптимального размера крайних из подобластей (одна из таких подобластей показана на рисунке 8 и 9 штриховкой) – «ужимание» границ ячеек, удаление точек, не принадлежащих ни одной из них и построение в каждой ячейке своей равномерной сетки (рис. 9).

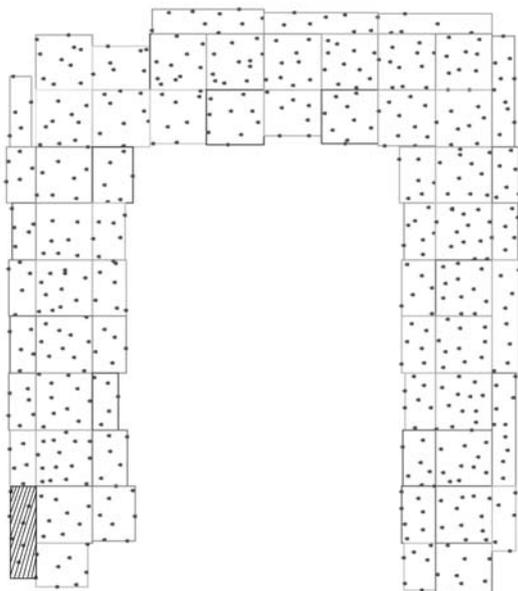


Рис. 9. Конечное разбиение на подобласти (внутренние сетки не прорисованы, чтобы не загромождать рисунок)

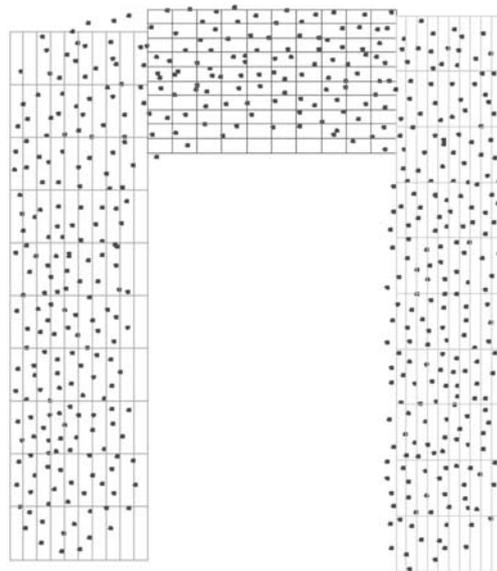


Рис. 10. Полуавтоматический режим построения сетки

В каждой подобласти на основе вводимой сетки строятся двумерные сглаживающие сплайны, которые затем гладко «сшиваются» на общей границе.

Разбиение сетки на подобласти в полуавтоматическом режиме. В полуавтоматическом режиме пользователю предлагается вручную выделить области на сетке, после чего в автоматическом режиме алгоритм сделает корректировки границ полученного разбиения. В этом алгоритме у пользователя есть возможность задать последовательность расчета и сшивки кусочков сплайна. Как и в описанном выше алгоритме по каждой из сеток строится двумерный сглаживающий сплайн. Пример работы такого алгоритма приведен на рисунке 10.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марков К. Н., Ширков П. Д. Двумерный сглаживающий параметрический сплайн // Математика. Компьютер. Образование: Сб. научных трудов. Том.2 / Под ред. Г. Ю. Ризниченко. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2006. С. 249-260.
2. Калиткин Н. Н., Альшин А. Б., Альшина Е. А., Rogov Б. В. Вычисления на квазиравномерных сетках. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 224 с.

**DEVELOPMENT AND APPROBATION OF ALGORITHMS OF CONSTRUCTION
OF IRREGULAR SPACED DATA SETS FOR IRREGULAR DATA SETS
AND TWO DIMENSIONAL SPLINES BASED ON THEM**

Markov K. N.

This paper is considered algorithms of construction of irregular spaced data sets for irregular data sets. Algorithms of splitting of a grid on area depending on character of an arrangement of data are described