

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЦЕНКИ БИЗНЕСА НА БАЗЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Рожнева В. К.

Предложен метод построения математической модели оценки стоимости бизнеса, путем построения аналога производственной функции. В основу модели положено экономико-математическое уравнение, связывающее факторы-аргументы, определяющие стоимость бизнеса с его стоимостной оценкой. Выполнены компьютерные расчеты оценки стоимости банковского и строительного бизнеса средних размеров для Уральского региона

Одним из основополагающих показателей результатов деятельности любого предприятия является его стоимость. Стоимость в отличие от других критериев успешности и привлекательности компании является долгосрочным показателем, учитывающим перспективы развития предприятия, так как в основе стоимости лежит прогнозирование денежных потоков, которые в будущем принесут активы компании. Оценка стоимости предприятия (бизнеса) представляет собой целенаправленный упорядоченный процесс определения величины стоимости объекта в денежном выражении с учетом влияющих на нее в каждый конкретный момент времени факторов. Работа по определению стоимости бизнеса – это достаточно трудоемкий процесс [1]. Построение математической модели оценки бизнеса и дальнейшее ее доведение до эконометрической, т.е. для рассматриваемого класса объектов, позволит прогнозировать с достаточной степенью точности его стоимость при известных входных параметрах, не прибегая к рутинной работе по сбору и классификации информации, трудоемким расчетам.

Экономико-математическое уравнение, выражающее стоимостную оценку бизнеса, получено путем построения аналога производственной функции. Производственная функция в классическом ее понимании выражает взаимосвязь между объемом выпуска продукции и величиной затрат на ее выпуск.

В самой общей форме эта функция записывается следующим образом:

$$P = k \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot x_3^{\alpha_3} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n} = k \cdot \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}. \quad (1)$$

Коэффициент k в этой формуле характеризует размерность, он зависит от избранной единицы измерения затрат и выпуска. Сомножители x_i могут иметь различное содержание, в зависимости от того, какие факторы оказывают влияние на общий результат (выпуск P).

Степенные коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ показывают ту долю в приросте конечного продукта, которую вносит каждый из сомножителей, т.е. численно каждый из них показывает, на сколько процентов возрастает продукт, если затраты соответствующего ресурса увеличить на один процент. Степенные коэффициенты называются коэффициентами эластичности производства относительно затрат соответствующего ресурса.

По аналогии в основу модели оценки стоимости бизнеса положено экономико–математическое уравнение, связывающее величины $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, определяющие стоимость бизнеса с его стоимостной оценкой y . Для получения такого уравнения построим аналог производственной функции в виде

$$y = k \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot x_3^{\alpha_3} \dots x_n^{\alpha_n}, \quad (2)$$

где y - стоимость бизнеса, k - коэффициент, характеризующий конкретную статистическую совокупность (выборку), $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ – коэффициенты эластичности, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ - факторы, влияющие на стоимость бизнеса.

Прологарифмируем функцию стоимости (2), получим выражение

$$\ln y = \ln k + \alpha_1 \cdot \ln x_1 + \alpha_2 \cdot \ln x_2 + \alpha_3 \cdot \ln x_3 + \dots \alpha_n \cdot \ln x_n. \quad (3)$$

Введем новые переменные:

$$\ln y = Y, \quad \ln k = K, \quad \ln x_1 = X_1, \quad \ln x_2 = X_2, \quad \ln x_3 = X_3, \dots \ln x_n = X_n, \quad (4)$$

Подставляя их в уравнение (3), получим

$$Y = K + \alpha_1 \cdot X_1 + \alpha_2 \cdot X_2 + \alpha_3 \cdot X_3 + \dots \alpha_n \cdot X_n. \quad (5)$$

Это уравнение можно рассматривать как линейное уравнение множественной регрессии для n переменных.

При оценке множественной регрессии для обеспечения статистической надежности требуется, чтобы число наблюдений, по крайней мере, в три раза превосходило число оцениваемых параметров [2].

Для описания конкретной экономической системы требуется сбор необходимой статистической информации, характеризующей рассматриваемый объект. Чтобы получить экономико-математическое уравнение оценки бизнеса, которое можно будет использовать для расчета стоимости конкретного объекта, необходимо определить численные значения коэффициентов эластичности $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ для данного объекта. Такая количественно определенная и предметно ориентированная математическая модель будет эконометрической моделью.

Наибольшее распространение из-за простоты реализации и надежности результатов получил метод наименьших квадратов, вычислительная процедура которого может быть реализована каким – либо из известных статистических пакетов.

Методика построения эконометрических моделей для оценки бизнеса состоит из следующих этапов:

1. Сбор статистической информации для выбранного класса объектов оценки;
2. Выявление значимых переменных и формирование статистических таблиц;
3. Расчет коэффициентов эластичности по линеаризованному уравнению регрессии;
4. Формирование экономико-математического уравнения для оценки стоимости бизнеса;
5. Оценка статистической значимости выборки и достоверности полученных параметров модели.

По предложенной методике нами были построены эконометрические модели для банковского и строительного бизнеса средних размеров в Уральском регионе.

Определим факторы-аргументы, влияющие на функцию y , представляющую собой стоимость бизнеса коммерческого банка. Такими факторами, по нашему мнению, являются: x_1 - денежные средства и имущество банка, x_2 - ссудная и приравненная к ней задолженность, x_3 - депозиты юридических и физических лиц, x_4 - прочие долговые обязательства, x_5 - прибыль.

Денежные средства и имущество банка представляют собой сумму следующих показателей коммерческого банка: денежные средства и счета в ЦБ РФ; обязательные резервы в ЦБ РФ; средства в кредитных организациях за вычетом резервов; чистые вложения в торговые ценные бумаги; проценты начисленные; чистые вложения в инвестиционные ценные бумаги, удерживаемые до погашения; основные средства, нематериальные активы, хозяйственные материалы и МБП; чистые вложения в ценные бумаги, имеющиеся в наличии для продажи; расходы будущих периодов; прочие активы за вычетом резервов.

Депозиты юридических и физических лиц представляют собой сумму средств кредитных организаций и средств клиентов.

Прочие долговые обязательства – это сумма следующих показателей: кредиты, полученные кредитными организациями от ЦБ РФ; доходы будущих периодов; выпущенные долговые обязательства; прочие обязательства.

Прибыль коммерческого банка берется до формирования резервов и без учета непредвиденных доходов и расходов.

Число оцениваемых параметров в нашем случае составляет $n+1=6$, а значит, требуемое число наблюдений должно быть не менее 18.

Для расчетов с использованием построенной эконометрической модели рассмотрены данные 18-ти коммерческих банков, для которых проведена оценка бизнеса по известным методикам.

Для определения коэффициентов уравнения линейной регрессии рассчитаны значения натуральных логарифмов стоимостей. Расчет коэффициентов осуществлен программой Microsoft Excel инструментом анализа данных «Регрессия».

По итогам расчета получено уравнение множественной регрессии, которое для рассматриваемой выборки имеет вид:

$$Y = -0,005 + 0,779 \cdot X_1 + 2,107X_2 - 1,792 \cdot X_3 - 0,198X_4 + 0,032X_5. \quad (6)$$

Экономико-математическое уравнение, определяющее стоимость бизнеса банка, имеет вид:

$$y = 0,995 \cdot x_1^{0,779} \cdot x_2^{2,107} \cdot x_3^{-1,792} \cdot x_4^{-0,198} \cdot x_5^{0,032}. \quad (7)$$

Для проверки надежности результатов дисперсионного и корреляционного анализа применяются следующие статистические показатели модели:

1. Множественный коэффициент корреляции R . (равен 0,94387) Такое высокое значение множественного коэффициента корреляции говорит о достаточно высокой связи между функцией и всеми включенными в модель факторами - аргументами.

2. Коэффициент детерминации R^2 . (равен 0,89090). По величине коэффициента детерминации можно судить о совокупной доле влияния факторов, включенных в мо-

дель, на стоимость бизнеса коммерческих банков. Коэффициент детерминации свидетельствует о достаточно полном охвате полученной моделью всех существенно влияющих на функцию факторов. На другие факторы приходится только 10,91 %.

3. *F*-критерий Р. Фишера. Для доверительной вероятности 95 % и степеней свободы соответственно 12 и 5 табличное значение *F*-критерия равняется 3,33. Наблюдаемое *F*-значение равно 19,599. По этому критерию множественные коэффициенты корреляции всех моделей значимы, т.к. $F_{расч} > F_{табл}$.

Таким образом, надежность модели подтверждается, достоверность коэффициентов корреляции не вызывает сомнений. Следовательно, полученное регрессионное уравнение является достаточно точной моделью стоимости банков (финансово-кредитных институтов) рассмотренного региона.

Стоимость ОАО «Банк Омега», рассчитанная по предложенной модели составила 1928284690руб., а по отчету оценочной компании, производившей определение стоимости этого банка с применением трех подходов: затратного, сравнительного и доходного по стандартной методике, она составила 1946 366500 руб., что соответствует расхождению результатов равному 3%.

Определим теперь факторы-аргументы, влияющие на функцию *y*, представляющую собой стоимость строительного бизнеса средних размеров в Уральском регионе. Такими факторами по нашему мнению являются: x_1 - стоимость недвижимого имущества, x_2 -стоимость земельного участка, x_3 -стоимость машин и оборудования, x_4 -стоимость нематериальных активов, x_5 -финансовые вложения, x_6 -стоимость товароматериальных запасов, x_7 -дебиторская задолженность, x_8 -сумма краткосрочных обязательств, x_9 - сумма долгосрочных обязательств.

Уравнение (5) в этом случае можно рассматривать как линейное уравнение множественной корреляции девяти переменных. Число оцениваемых параметров в нашем случае составляет $n+1=10$, а значит, требуемое число наблюдений должно быть не менее 30. Для расчетов с использованием построенной эконометрической модели рассмотрены данные 30-ти строительных компаний, для которых была проведена оценка бизнеса по известным методикам. Расчет осуществлен программой Microsoft Excel инструментом анализа данных «Регрессия», который осуществляет линейный регрессионный анализ. «Регрессия» подбирает график методом наименьших квадратов. Исследование изменения и тенденций развития в «Excel» решаются путем построения линий тренда, которые можно экстраполировать за пределы областей, в которых данные уже известны, и показать тенденцию их изменения.

Исходя из итогов расчета записано уравнение множественной регрессии, которое для рассматриваемой выборки имеет вид

$$Y = 3,495 + 0,047 \cdot X_1 + 0,002 \cdot X_2 + 0,048 \cdot X_3 + 0,016 \cdot X_4 + 0,007 \cdot X_5 + 0,238 \cdot X_6 + 0,279 \cdot X_7 - 0,787 \cdot X_8 - 0,024 \cdot X_9. \quad (8)$$

Экономико-математическое уравнение, определяющее стоимость бизнеса соответственно – вид:

$$y = 3295 \cdot x_1^{0,047} \cdot x_2^{0,002} \cdot x_3^{0,048} \cdot x_4^{0,016} \cdot x_5^{0,007} \cdot x_6^{0,238} \cdot x_7^{0,279} \cdot x_8^{-0,787} \cdot x_9^{-0,024}. \quad (9)$$

Множественный коэффициент корреляции R получился равным 0,86196, коэффициент детерминации $R^2 = 0,74298$. Таблица “Вывод остатков” показала, что предсказанные значения стоимости бизнеса, достаточно близки к значениям, определенным по известным методикам. Это говорит о возможности использования предложенного метода моделирования для оценки стоимости бизнеса.

Однако метод требует предварительной оценки не менее 30 аналогичных фирм по стандартным методикам. Затем на базе полученных данных строится эконометрическая модель по подложенной методике. По полученной модели можно для аналогичных фирм быстро и эффективно производить оценку их бизнеса. Для другой выборки (другой регион, масштабы деятельности) в уравнении регрессии получатся другие численные значения коэффициентов.

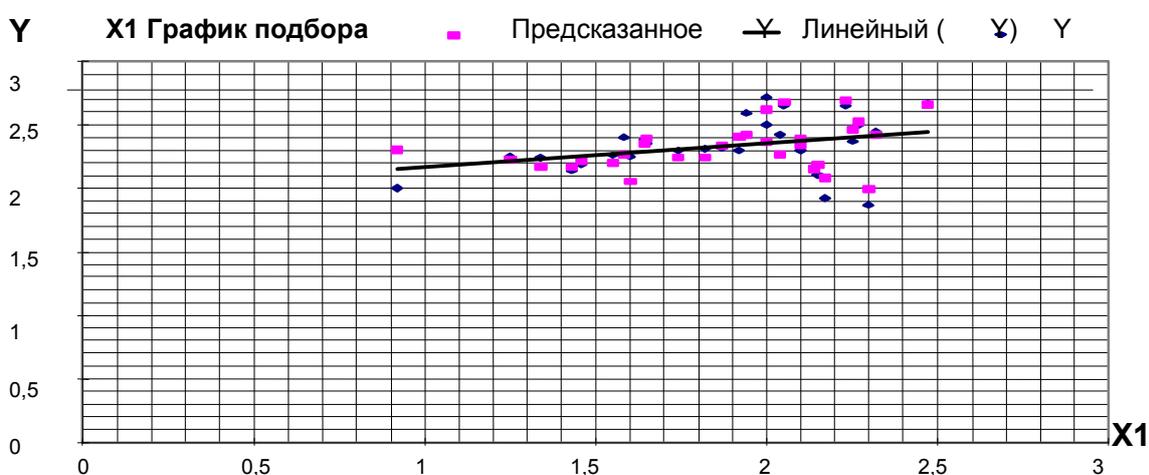


Рис. 1. Зависимость логарифма стоимости бизнеса от логарифма значений стоимости недвижимого имущества.

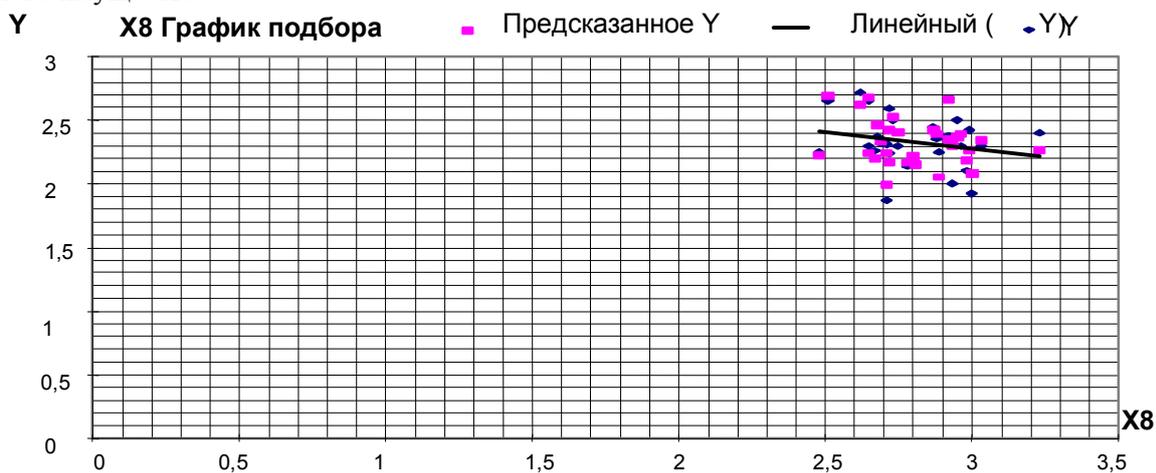


Рис. 2. Зависимость логарифма стоимости бизнеса от логарифма значений стоимости краткосрочных обязательств.

В результате расчета, произведенного по предложенной модели для двух строительных компаний стоимости строительного бизнеса, получены следующие результаты: «ЗАО Горспецстрой» – 8389260 руб. и «ЗАО Эко-Билдинг» – 5923850 руб.

По отчетам оценщиков, выполненных по стандартным методикам с применением трех подходов: затратного, доходного и сравнительного – получены следующие стоимости: 88307999 руб. и 6025000 руб. соответственно. Расхождение в обоих случаях составило порядка 5%.

Предложенный принцип моделирования оценки бизнеса на основе аналога производственной функции позволяет изменять модель за счет дробления переменных на более мелкие статьи, а также объединения переменных по укрупненным группам.

На рис.1 и рис. 2 показаны примеры линий тренда, построенных по данным расчета при оценке строительного бизнеса. Все стоимости выражены в млн.руб.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валдайцев С.В.* Оценка бизнеса и управление стоимостью предприятия. Учебное пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 720с.
2. *Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н.* Математические методы в экономике: Учебник. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, Издательство “ДИС”, 1997.– 368с.

MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATION OF BUSINESS COST USING PRODUCTION FUNCTIONS

Rozhneva V. K.

The mathematical model for estimation of businesses cost using production function analogue is considered. The model is based on an equation connecting factors which determine business cost with its actual value. Computations are carried out to estimate business cost of medium-size enterprises in Ural region (banks and construction industry)