

ДОХОДНОСТЬ АКТИВОВ РОССИЙСКОГО ФОНДОВОГО РЫНКА: АВТОКОРРЕЛЯЦИИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Видов П. В., Жуков И. А., Романовский М. Ю.

Экспериментально исследовались автокорреляции и распределения доходностей акций и фондовых индексов на российском фондовом рынке. Продемонстрировано, что автокорреляции и распределения доходностей российских активов близки к соответствующим показателям мировых активов

Введение. Эмпирическая информация о распределении акций по доходности ценной бумаги на определенном промежутке времени

$$S_i = \ln \frac{Y(t_i)}{Y(t_{i-1})} \quad (1)$$

где $Y(t_i)$ – цена акции в момент t_i , $Y(t_{i-1})$ – цена акции в предыдущий момент времени t_{i-1} была получена [1] для баз данных трех главных американских бирж: Нью-Йоркской Фондовой биржи (NYSE), Американской Фондовой биржи (AMEX), и Национальной Ассоциации Дилеров Ценных бумаг с Автоматизированным Предложением (NASDAQ) за полный двухгодичный период с января 1994 по декабрь 1995: всего примерно $4 \cdot 10^7$ записей курсов акций. Для нормированной на волатильность

$$v_i = \sqrt{\langle (S_i(t) - \langle S_i(t) \rangle)^2 \rangle} \quad (2)$$

доходности g результаты хорошо аппроксимируются зависимостью

$$P(g) \sim g^{-\alpha} \quad (3)$$

для кумулятивной функции распределения $P(g)$ как положительных, так и отрицательных флуктуаций доходности (в последнем случае эта функция определяет количество флуктуаций, меньшее определенного значения g). Для положительных S_i показатель α был равен 3.1 ± 0.03 , а для отрицательных $\alpha = 2.84 \pm 0.12$, если g превосходило два стандартных отклонения. Доходность S_i определялась только для 15-минутных интервалов [1].

Для индекса S&P500 изучалось распределение флуктуаций на масштабе времени Δt [2]. Анализировались теперь три базы данных. База данных (i) содержала приблизительно 1200000 записей значения индекса с интервалом времени 1 минута в течение 13-летнего периода 1984-1996 годов, база данных (ii) - 8686 ежедневных записей в течение 35-летнего периода 1962-1996 годов, и база данных (iii) - 852 ежемесячных записей в течение 71-летнего периода 1926-1996. Вычислялось распределение вероятности доходности индекса в виде (1) на различных масштабах времени Δt , где Δt изменялось на четыре порядка - с 1 минуты до больше чем одного месяца. Было найдено, что кумулятивные распределения флуктуаций индекса S&P500 в области усечения для $\Delta t < 4$ дней ~ 1560 минут соответствует степенному закону с показателем степени $\alpha \approx 3$. Для вре-

менных интервалов $\Delta t = 16$ дней наблюдается переход к гауссову распределению, хотя результаты [2] и не позволяют говорить об этом с уверенностью.

Были также проанализированы и другие кумулятивные индексы – японский NIKKEI 225 и гонконгский Hang Seng [2]. Были использованы еще 2 базы данных. База данных (iv) содержала 3560 ежедневных записей индекса NIKKEI в течение 14-летнего периода 1984-1997 годов, и база данных (v) - 4649 ежедневных записей индекса Hang Seng в течение 18-летнего периода 1980-1997 годов. Для более длинных масштабов времени чем $\Delta t = 4$ дня, результаты (медленно) сходились к Гауссовому распределению. Средний по временному интервалу Δt показатель степени $\alpha = 3.05$ для NIKKEI и $\alpha = 3.03$ для Hang-Seng.

Автокорреляции доходностей индексов и акций также исследовались в работах [3,4]. Например, для времени корреляции доходностей акций компании Кока-Кола было найдено [3], что оно меньше 1 торгового дня. Автокорреляции доходностей индексов были определены с большей точностью. Для индекса S&P500 автокорреляционная функция оказалась близкой к экспоненциальной форме коротких корреляций со временем корреляции 4 минуты [4]. В то же время автокорреляционная функция волатильности (2) оказалась $\sim t^{-0.3}$ [4]: ощутимые автокорреляции волатильности наблюдались на масштабах нескольких месяцев.

Результаты. Экспериментально исследовались автокорреляции и распределения доходностей акций и индексов на российском фондовом рынке. Коэффициент автокорреляции российского фондового индекса РТС, определенный по полной базе фиксаций значения индекса в 1-м полугодии 2007 г., оказался имеющим стандартный экспоненциальный вид со временем автокорреляции около 7 мин, что несколько больше времени автокорреляции американского индекса S&P500 [3,4]. Результат представлен на рис. 1:

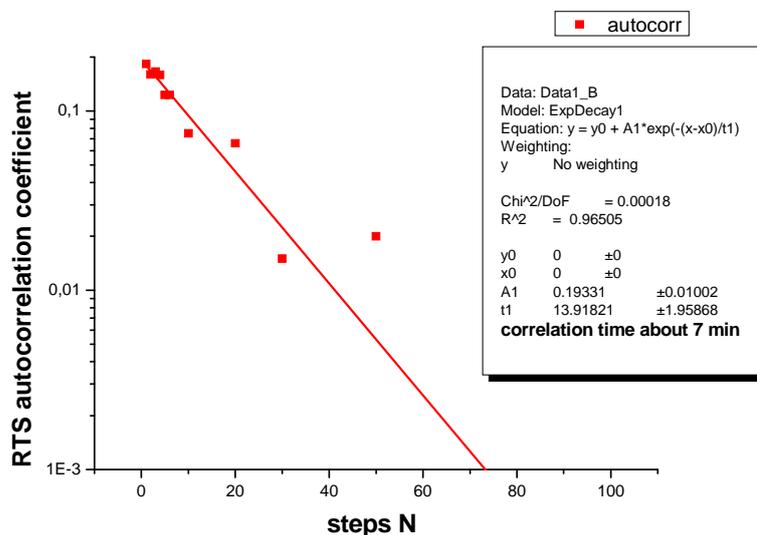


Рис. 1. Коэффициент автокорреляции индекса РТС. Точки – соответствующие значения коэффициента, сплошная прямая – аппроксимация экспоненциальной зависимостью. По оси X отложены фиксации индекса РТС, по оси ординат – значения коэффициента автокорреляции. Полулогарифмический масштаб.

Время автокорреляции доходностей акций российских компаний еще короче. Исследование автокорреляций доходностей акций Сбербанка и Норильского Никеля на одноминутной базе данных доходностей первого полугодия 2007 г. показало, что время корреляции во всяком случае короче одной минуты. Таким образом, для российского фондового рынка подтверждается известная гипотеза эффективного рынка [5]. С математической точки зрения, доходность ценных бумаг с таким временем корреляции представляет собой случайный процесс с независимыми приращениями (случайные блуждания) [6].

Распределения доходности индекса РТС оказались зависящими от временного интервала определения доходности. На сравнительно малых интервалах (до 1 недели) плотность вероятности оказалась убывающей с ростом значения доходности x как $\sim x^{-4}$, что совпадает с результатами для фондовых индексов S&P500, NIKKEI и Hang Seng [2]. На рис.2 показаны кумулятивные распределения доходности индекса РТС отдельно для положительных и отрицательных флуктуаций:

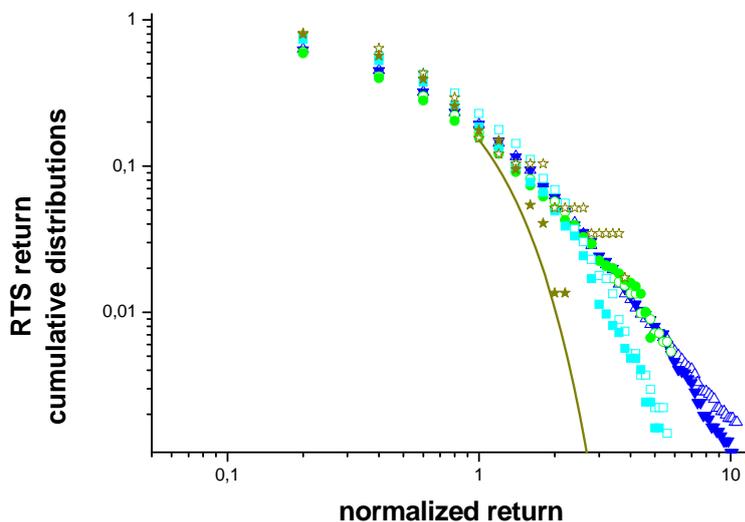


Рис.2. Кумулятивные распределения доходности индекса РТС, двойной логарифмический масштаб. Открытые треугольники – положительная часть пошагового распределения, сплошные треугольники – отрицательная, открытые круги – положительная часть распределения 15-мин. доходности, сплошные круги – отрицательная, открытые квадраты - положительная часть распределения однодневной доходности, сплошные – отрицательной, открытые звезды - положительная часть распределения месячной доходности, сплошные – отрицательной, сплошная линия соответствует гауссовому распределению.

После масштабирования флуктуации на соответствующую волатильность все распределения становятся близкими, как и в [2]. Все «хвосты» распределений укладываются в диапазон от $x^{-3.42}$ для положительных 1-дневных доходностей до $x^{-2.17}$ для отрицательных пошаговых. Для месячной доходности индекса РТС, по всей видимости, наблюдается переход к гауссовому режиму (см. также эксперимент [1] для SP500 и теорию [3]) для не слишком больших флуктуаций доходности – см. сплошную линию на рис.2, близкую к месячному кумулятивному распределению.

Однодневные доходности акций российских голубых фишек имеет плотность вероятности $\sim x^{-4}$, что опять-таки близко к известному результату [1] для акций, котируе-

мых на NYSE. Исследовались доходности акций Сбербанка и Норильского Никеля. На рис.3 показаны доходности акций Сбербанка (кумулятивные распределения вероятности в зависимости от нормированной доходности, нормированная доходность определялась как отношение реальной доходности к среднеквадратичной для данного распределения, т.е. для 1-мин., 15-мин., и т.д.):

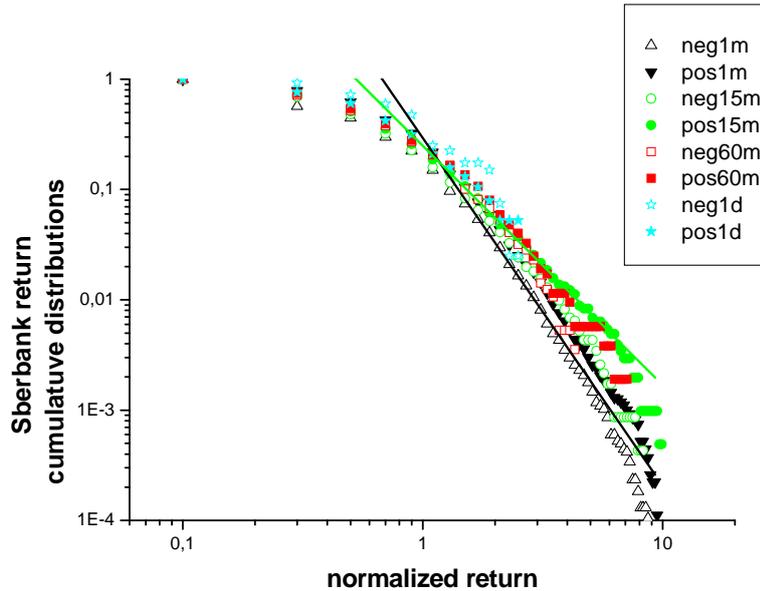


Рис.3. Кумулятивные распределения доходности акций Сбербанка, двойной логарифмический масштаб. Открытые треугольники – положительная часть одноминутного распределения, сплошные треугольники – отрицательная, открытые круги – положительная часть распределения 15-мин. доходности, сплошные круги – отрицательная, открытые квадраты - положительная часть распределения однодневной доходности, сплошные – отрицательной, открытые звезды - положительная часть распределения однодневной доходности, сплошные – отрицательной. Верхняя прямая соответствует распределению $x^{-2.14}$, нижняя - $x^{-3.14}$.

После нормирования по величине флуктуации все распределения становятся схожими. Все «хвосты» распределений укладываются в диапазон от $x^{-2.14}$ для положительных 15-мин. доходностей до $x^{-3.14}$ для отрицательных 1-мин.

Для доходностей акций Норильского Никеля были получены аналогичные результаты, представленные на рис.4. Снова все кумулятивные распределения в зависимости от нормированной доходности повторяли друг друга (особенно при малых доходностях).

Наконец, была определена автокорреляция волатильности (здесь для измерений был взят модуль однодневной доходности) российского индекса РТС. Определялся также коэффициент автокорреляции, результат представлен на рис.5.

Автокорреляционная функция имела вид

$$B(t) \sim t^{-\gamma}$$

где показатель степени $\gamma = 0.27 \pm 0.03$, что весьма близко к вышеупомянутому результату Стенли [4] для волатильности S&P500. Таким образом, можно говорить о длинной корреляции волатильности.

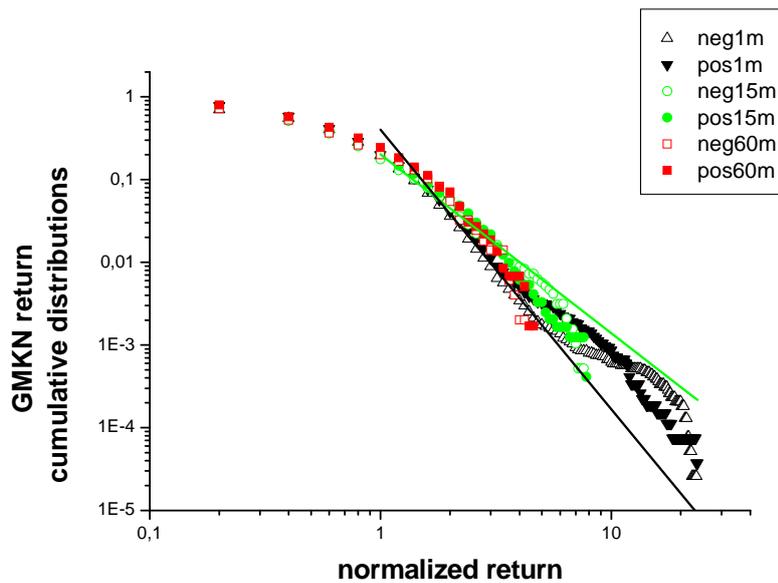


Рис.4. Кумулятивные распределения доходности акций Норильского никеля, двойной логарифмический масштаб. Открытые треугольники – положительная часть одноминутного распределения, сплошные треугольники – отрицательная, открытые круги – положительная часть распределения 15-мин. доходности, сплошные круги – отрицательная, открытые квадраты - положительная часть распределения однодневной доходности, сплошные – отрицательной. Верхняя прямая соответствует распределению $x^{-2.16}$, нижняя - $x^{-3.33}$.

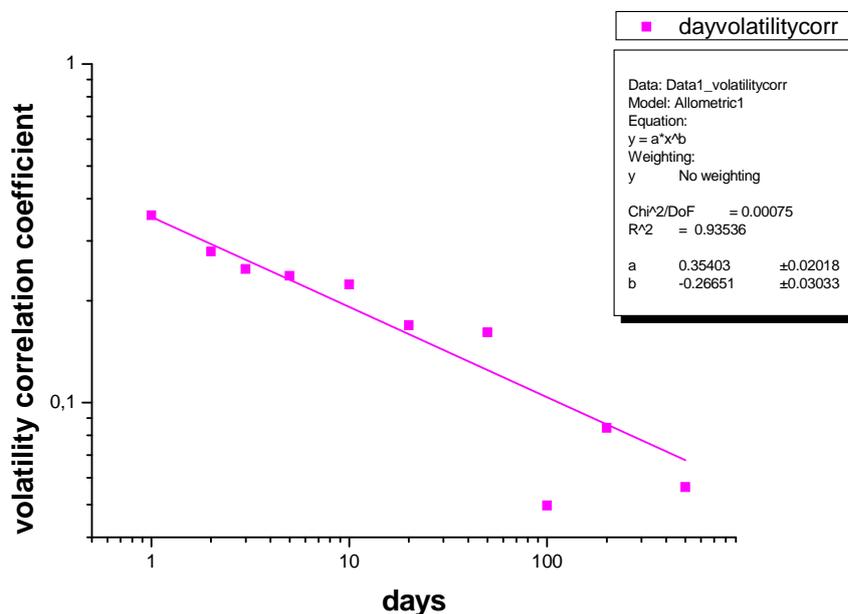


Рис.5. Зависимость коэффициента автокорреляции волатильности индекса РТС от времени в днях.

Заключение. 1) Распределения доходности российских активов повторяют распределения доходностей международных активов (акций, индексов [1,2]). Распределения достаточно точно описываются простой моделью негауссовых случайных блужданий [6].

- 2) Автокорреляции доходности российских акций не наблюдаются. Автокорреляции индекса РТС короткие, время корреляции сравнимо со временем корреляции индекса S&P500. Механизм автокорреляции индекса, по-видимому, инерционный.
- 3) Автокорреляции волатильности индекса РТС длинные, закон автокорреляции практически совпадает с таковым для S&P500 [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gopikrishnan P., Meyer M., Amaral L.A.N., and Stanley H.E.* Inverse cubic law for the distribution of stock price variations// Eur. Phys. J. B. 1998. V.3. P.139-140.
2. *Gopikrishnan P., Plerou V., Amaral L.A.N., Meyer M., and Stanley H.E.* Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices // Phys. Rev. E. 1999. V.60, No.5. P.5305-5315.
3. *Mantegna R.N., Stanley H.E.* An Introduction to Econophysics. Correlation and Complexity in Finance. NY: Cambridge University Press, 2000. 156 p.
4. *Y.Liu, P.Gopikrishnan, P.Cizeau, M.Meyer, C-K.Peng, and H. Eugene Stanley.* Statistical properties of the volatility of price fluctuations// Phys.Rev.E. 1999. V.60. P.1390-1400.
5. *Fama E.F.* Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work // J.Finance. 1970. V.25. P.383-417.
6. *Романовский М.Ю., Романовский Ю.М.* Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели.- Москва.Ижевск: РХД, 2007. 280 с.

RETURN OF RUSSIAN STOCK MARKET ASSETS: CORRELATIONS AND DISTRIBUTIONS

Vidov P. V., Zhukov I. A., Romanovsky M. Y.

Autocorrelations and return distributions of stocks and stock indexes of Russian stock market were investigated experimentally. It was shown that autocorrelations and return distributions of Russian assets are similar to corresponding values of international assets