

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Франгулова Е. В.

В работе строится математическая модель управления формированием портфелем ценных бумаг на основе метода Марковица. Задача ставится в двух постановках – однокритериальной и многокритериальной. Предлагается решение данных задач путем автоматизации

Рынок ценных бумаг играет важную роль в экономике любой страны. Возможности рынка ценных бумаг привлекают всё больший и больший приток инвестиций в эту сферу рыночной экономики. В связи с этим актуальным становится анализ и прогнозирование возможной прибыли и рисков, понесенными инвестором при управлении им портфелем ценных бумаг.

Сущность портфельного инвестирования подразумевает распределение инвестиционного потенциала между различными группами активов, т.к. невозможно найти ценную бумагу, которая была бы одновременно высокодоходной и высоконадежной. В зависимости от того, какие цели и задачи изначально стоят при формировании того или иного портфеля, выбирается определенное процентное соотношение между различными типами активов, составляющими портфель инвестора.

Проведя анализ рынка ценных бумаг, инвестор может выбрать актив и инвестировать в него свои средства, но вкладывая весь свой капитал только в одну ценную бумагу, инвестор обрекает себя либо на заведомо низкую доходность, либо на заведомо высокий риск. Следствием второго вывода является необходимость диверсификации капитала между различными активами. Распределение средств по различным ценным бумагам приводит к формированию портфеля ценных бумаг, и за счет этого инвестор может достичь приемлемого уровня доходности и риска инвестиций. В этом состоит главное преимущество портфельного инвестирования по сравнению с инвестициями в отдельные ценные бумаги.

Рассмотрим выбор оптимального портфеля ценных бумаг на основе подхода «доходность-риск». Выбор портфеля ценных бумаг на основе его ожидаемой доходности и риска известен как подход «доходность-риск», который был впервые сформулирован Г. Марковицем. В рамках данного подхода предполагается, что инвестор стремится максимизировать ожидаемую доходность портфеля при заданном уровне риска, либо минимизировать риск при заданном уровне ожидаемой доходности посредством диверсификации вложений.

Для определения будущего состояния рынка на основе имеющейся у инвестора информации экономического, социального и т.д. характера строится вероятностная модель рынка.

Пусть на рынке действуют различные ценные бумаги с доходностями M_i и эффективностями R_i , $i=1...n$, где R_i является случайной величиной, распределенной по нормальному закону, а M_i есть математическое ожидание случайной величины. Инвестор формирует портфель ценных бумаг, покупая ценные бумаги всех видов, причем на i -ый

вид ценных бумаг тратится x_i доля капитала. По определению портфель ценных бумаг будет иметь следующий вид:

$$x_i + \dots + x_n = 1 \quad (1)$$

Доходность портфеля ценных бумаг вычисляется следующей формулой:

$$R_{\text{портфеля}} = x_1 R_1 + \dots + x_n R_n \quad (2)$$

Эффективность портфеля соответственно будет исчисляться следующим образом:

$$M_{\text{портфеля}} = E(R_{\text{портфеля}}) \quad (3)$$

Риск портфеля рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{\text{портфеля}} = \sqrt{E((M_{\text{портфеля}} - R_{\text{портфеля}})^2)} \quad (4)$$

Прежде чем продолжить описание модели по методу Марковица, хотелось бы остановиться на новой методологии оценки риска - VAR, Value at Risk, или, в русскоязычном эквиваленте стоимость, подверженная риску. Данная методология является, по оценке специалистов, не столько альтернативой отдельным мерам риска, сколько их комплексным замещением. Притом, что итоговая величина риска, по сути, формируется двумя источниками – уровнем подверженности риску (т.е. распределением вероятности возможных исходов) базового инструмента и величиной позиции – VAR-оценка риска в форме возможных при заданном вероятностном (доверительном) уровне потерь по позиции сводит их в единый показатель.

Полное определение VAR может быть сформулировано как максимально возможная при принятом доверительном уровне величина потерь по сравнению с наиболее вероятным вариантом развития событий. Таким образом, при анализе по методологии VAR исключаются из рассмотрения:

- ожидаемые потери, т.е. потери, которые будут понесены при наиболее вероятном варианте развития событий, учитываемые при формировании резервов на возможные потери, а также в рамках рыночной цены;
- исключительные потери, т.е. потери, вероятность которых выходит за пределы принятого доверительного уровня, анализируемые в рамках отдельного направления анализа рисков – стресс-тестирования.

Графически, в общем случае, это может быть проиллюстрировано приведенной ниже схемой (см. Рис. 1).

В качестве оценки риска по методологии VAR применяются основные классические подходы, а именно:

- метод исторического моделирования;
- метод параметрической оценки, наиболее распространенный в форме вариационно-ковариационной модели;
- метод статистических оценок Монте-Карло.

Перспективным направлением развития методологии VAR представляется использование технологий искусственного интеллекта, основанных на нейронных сетях. Если в стандартных моделях пользователь задает ряд гипотез и законов, на основе которых формализованным, более или менее стандартным образом формируются исходы

испытаний, то нейронная сеть сама в процессе обучения подбирает зависимости, уровень сложности которых зависит от сложности сети.

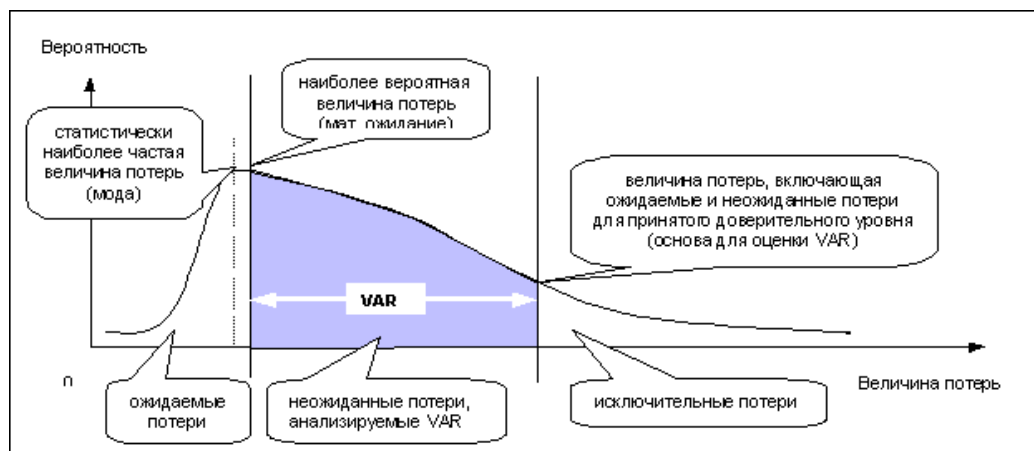


Рис. 1. Позиционирование методологии VAR по принимаемым к рассмотрению потерям.

Возвращаясь к модели, описывающей оптимальный портфель ценных бумаг, обозначим ее входные параметры:

- $S = \{s_1, s_2, \dots, s_i\}$ - множество всевозможных состояний рынка, где i - общее количество состояний;
- $p(s_i)$ - вероятность возникновения состояния s_i причем
- $\sum_{k=1}^i p(s_k) = 1$
- $N = \{n_1, n_2, \dots, n_j\}$ - акции (альтернативы), отобранные для включения в портфель, где j - общее количество акций;
- $R = \{r_{1,1}, r_{1,2}, \dots, r_{ij}\}$ - матрица возможных значений доходности j -ой акции для i -го состояния;

Выходными параметрами модели будут являться:

- $M = \{M_1, M_2, \dots, M_j\}$ - среднеожидаемая доходность акций, где j - общее количество акций;
- $B = \|\text{cov}(r_i, r_j)\|$ - ковариационная матрица, где диагональные элементы задают риск активов.

Согласно методу Марковица возможны две постановки задачи:

$$\begin{cases} \sigma \rightarrow \min \\ M \rightarrow \text{const} \end{cases} \quad (5);$$

$$\begin{cases} \sigma \rightarrow \text{const} \\ M \rightarrow \max \end{cases} \quad (6)$$

Данные постановки требуют от инвестора определения ограничений либо по доходности, либо по риску портфеля. Это не всегда соответствует подходу, реализуемому инве-

стором на практике. В данных постановках задача является однокритериальной задачей оптимизацией.

Предлагаются к рассмотрению альтернативные постановки задачи с двумя целевыми функциями:

$$\begin{cases} \sigma \rightarrow \min \\ M \rightarrow \max \end{cases} \quad (7);$$

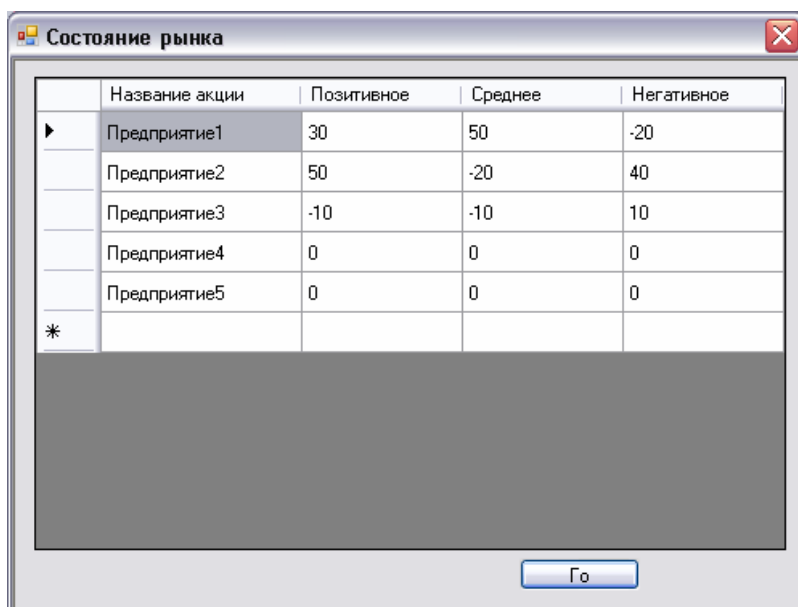
$$\begin{cases} \sigma \rightarrow \max \\ M \rightarrow \max \end{cases} \quad (8);$$

$$\begin{cases} \sigma \rightarrow \min \\ M \rightarrow \min \end{cases} \quad (9)$$

Данные постановки задач требуют применения многокритериальных методов оптимизации.

На практике возникает проблема нахождения таких методов оптимизации, которые позволяли бы решать задачу формирования портфеля в различных постановках. Одним из таких методов является метод эволюционного программирования, а именно генетический алгоритм, применяемый для поиска глобального экстремума функции многих переменных. Данная задача была передана программисту для ее решения путем автоматизации. Результатом совместной работы стало программное средство, управляющее процессом формирования портфеля ценных бумаг и позволяющее оценить его доходность и риски.

Далее рассмотрим пример работы программы, ниже на рисунках представлены скриншоты программного средства. На рис.2 представлен процесс заполнения вероятностей возникновения состояний рынка (возможные состояния: позитивное, среднее, неблагоприятное) для каждого из предприятий.



	Название акции	Позитивное	Среднее	Негативное
▶	Предприятие1	30	50	-20
	Предприятие2	50	-20	40
	Предприятие3	-10	-10	10
	Предприятие4	0	0	0
	Предприятие5	0	0	0
*				

Рис. 2. Заполнение вероятностей возникновения заданных состояний рынка

Следующий этап работы программы – это отбор акций тех предприятий, акции которых будут включаться в портфель (рис. 3). В следующих формах (рис. 4) задаются параметры алгоритма, а именно: выбирается постановка задачи (однокритериальная, многокритериальная) и требуемое инвестором значение прибыли или риска портфеля.

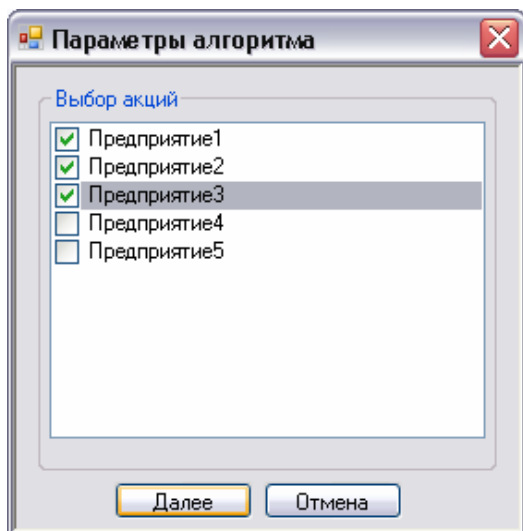


Рис. 3. Отбор акций для включения в портфель

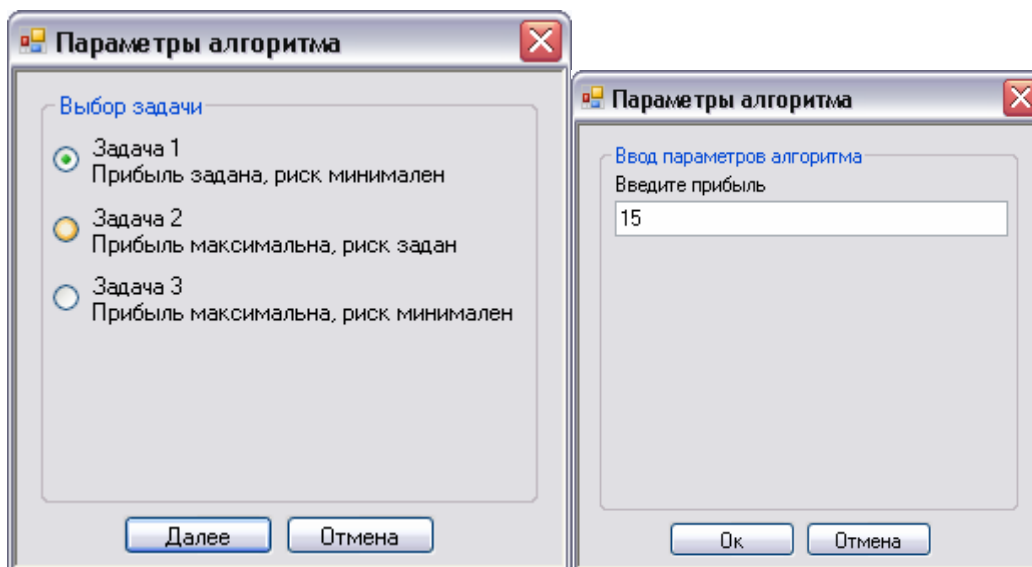


Рис. 4. Формы для задания параметров алгоритма

После завершения всех вышеописанных процедур выдается результат (рис. 5). Как известно, генетический алгоритм выдает множество вариантов решений поставленной задачи. В данном случае, варианты решений располагаются по горизонтали. Первые три столбца – это доли в каждую ценную бумагу, по которым инвестор должен распределить свой капитал. Четвертый и пятые столбцы задают риск и доходность портфеля соответственно в процентах.

	Предприятие1	Предприятие2	Предприятие3	Риск	Прибыль
▶	0,287506103...	0,483184814453...	0,2293090820...	4,9133893187...	14,8759155273
	0,44580078125	0,293395996093...	0,2608032226...	1,9135924054...	14,7847290039
	0,496276855...	0,233245849609...	0,2704772949...	2,3365526902...	14,7641296386
	0,475402832...	0,253021240234...	0,2715759277...	2,1137821948...	14,6553649902
	0,410858154...	0,348297119140...	0,2408447265...	1,8476296242...	15,1040039062
	0,427093505...	0,315521240234...	0,2573852539...	1,9293832367...	14,7885131835
	0,352020263...	0,416259765625	0,2317199707...	2,7005695503...	15,0785217285

Рис. 5. Форма для вывода результата

В заключение важно отметить, что существуют множество более совершенных систем автоматизированной поддержки принятия решений. Но данная программа уникальна тем, что использует генетический алгоритм для решения многокритериальной постановки задачи формирования оптимального портфеля ценных бумаг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тертышный С.А., «Рынок ценных бумаг и методы его анализа», СПб.: Питер, 2004г.
2. Башмаков А.И., Башмаков И.А., «Интеллектуальные информационные технологии»: Учеб. пособ. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. -304 с.
3. Гладков Л.А. «Генетические алгоритмы. Издание 2.», -М.: Физматлит, 2006. -320с.
4. Методы оценки рыночных рисков (VAR-критерий)
<http://www.forextimes.ru/article/a14479p.htm>

INVESTMENT PORTFOLIO OPTIMIZATION

Frangulova E. V.

Mathematical model of investment portfolio optimization based on Markowitz's method is considered. The problem has two variants: with one criterion and with many criteria. Automatic solver for these problems is suggested