C^1-РЕШЕНИЯ ЭЙКОНАЛА

Царьков И.Г.

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, кафедра математического анализа. Россия,
119889, г. Москва, Ленинские горы, E-mail: tsar@mech.math.msu.su

Светлой памяти Силаева Д.А. посвящается.

В работе изучаются классические C^1-решения уравнения эйконала: $\|\nabla u(x)\|_{X^*} = n(x)$ на банаховом пространстве X, где $n \in C(X, \mathbb{R}) : n > 0$ – коэффициент преломления.

Теорема 1. *Пусть* X^* (*сопряженное к* X *пространство*), *является равномерно выпуклым, и* $n \equiv 1$. *Тогда все* C^1*-решения уравнения эйконала принимают вид* $u(x) = C + \langle x^*, x \rangle$, *где* $x^* \in X^*$ *– произвольный линейный непрерывный функционал единичной нормы.*

Отметим, что условию равномерной выпуклости X^* удовлетворяют пространства L_p и ℓ_p при $p \in (1, +\infty)$, и в частности пространства $\mathbb{R}^n$ и ℓ_p^n $(1 < p < +\infty)$ (см [1-2]). Следующая теорема показывает, что если коэффициент преломления стремится к постоянному значению на бесконечности, то единственность C^1-решения уравнения эйконала определяется лишь его значением и направлением его градиента в некоторой произвольной точке.

Теорема 2. *Пусть* X^* *является равномерно выпуклым пространством и* $n(x) = c + \overline{\overline{o}}(1)$ *при* $x \to \infty$ $(c > 0)$. *Тогда для любой точки* $x_0 \in X$, *значения* $u(x_0)$ *и* $\nabla u(x_0)$ *однозначно определяют* C^1*-решение уравнения эйконала* (*в случае, конечно, когда это решение существует*).

Литература.

1. *Балаганский В. С., Власов Л. П.* Проблема выпуклости чебышевских множеств//Успехи математических наук. 1996. Т. 51, №6(312), С. 125-188.

2. *Алимов А. Р., Царьков И. Г.* Связность и другие геометрические свойства солнц и чебышевских множеств//Фундаментальная и прикладная математика. 2014. Т. 63, №4, С. 21-91.