

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛЬЕНАРА, НЕ РАЗРЕШЕННОГО ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОДНОЙ

Чуйко С.М., Несмелова(Старкова) О.В.

Донбасский государственный педагогический университет,
Украина, 84116, Донецкая обл., г. Славянск, ул. Ген. Батюка, 19,
e-mail: chujko-slav@inbox.ru, star-o@ukr.net

Исследована задача о нахождении $T_1(\varepsilon)$ – периодического решения [1] $y(t, \varepsilon)$:

$$y(\cdot, \varepsilon) \in \mathbb{C}^2[0, T_1(\varepsilon)], \quad T_1(\varepsilon) := 2\pi(1 + \varepsilon\beta(\varepsilon)), \quad T_1(0) = 2\pi, \quad \beta(0) := \beta_0, \quad y(t, \cdot) \in \mathbb{C}[0, \varepsilon_0]$$

уравнения типа Льенара, не разрешенного относительно производной

$$y''(t, \varepsilon) + y(t, \varepsilon) = \varepsilon \cdot Y(y(t, \varepsilon), y'(t, \varepsilon), y''(t, \varepsilon), \varepsilon). \quad (1)$$

Периодические решения уравнения (1) ищем в малой окрестности решения порождающего уравнения $y_0''(t) + y_0(t) = 0$. Здесь $Y(y, y', y'', \varepsilon)$ – нелинейная скалярная функция, непрерывно дифференцируемая по неизвестной y и ее производным y' и y'' в малой окрестности решения порождающей задачи и его производных y_0' и y_0'' . а также непрерывно дифференцируемая по малому параметру ε на отрезке $[0, \varepsilon_0]$.

Теорема. При наличии кратных корней $\check{c}_0 := \text{col}(c_0, \beta_0) \in \mathbb{R}^2$ уравнения для порождающих амплитуд

$$F(\check{c}_0) := \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \cos s \\ \sin s \end{bmatrix} \left(Y(y_0(s, c_0), y_0'(s, c_0), y_0''(s, c_0), \beta_0, 0) - 2\beta_0 y_0(s, c_0) \right) ds = 0$$

в случае $F'_\varepsilon(\check{c}_0) \neq 0$ задача о нахождении периодического решения уравнения (1) имеет по меньшей мере одно решение, при $\varepsilon = 0$ обращающееся в порождающее $y_0(t, c_0) = c_0 \cdot \cos t$.

Для нахождения периодического решения уравнения типа Льенара (1), не разрешенного относительно производной, предложена итерационная схема, построенная по аналогии с методом наименьших квадратов [2, 3]. Эффективность предложенной итерационной схемы продемонстрирована на примере автономной периодической задачи для уравнения Лотка-Вольтерра, которое приведено к виду

$$(1 + \varepsilon y) y'' = \varepsilon (y')^2 - y(1 + \varepsilon y)(1 + \varepsilon y + \varepsilon y').$$

Литература.

1. *Chujko S.M., Voichuk I.A.* An autonomous Noetherian boundary value problem in the critical case // Nonlinear Oscillations (N.Y.) — **Vol. 12**, Is. 3. — 2009. — pp. 405–416.
2. *Chujko S.M.* On an approximate solution of boundary value problems by the least square method // Nonlinear Oscillations (N.Y.) — **Vol. 11**, Is. 4. — 2008. — pp. 585–604.
3. *Чуйко С.М., Старкова О.В.* Автономные краевые задачи в частном критическом случае // Динамические системы. — 2009. — **Т. 27**. — С. 127–142.