

ВЗАИМОСВЯЗЬ СИММЕТРИЙ В ГАМИЛЬТОНОВОЙ МЕХАНИКЕ

Яковенко Г.Н.

Московский физико-технический институт, Россия,
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9,
Тел.: (495)576-57-33, факс: (495)408-68-69.
E-mail: yakovenkog@gmail.com

Обсуждаются симметрии динамических объектов гамильтоновой механики: уравнений Гамильтона и уравнения Гамильтона-Якоби. Особое внимание уделено взаимосвязи симметрий: по известной симметрии одного объекта вычислить симметрию другого.

[1,2]: Преобразование симметрии уравнений Гамильтона (Γ) – это замена переменных t, q, p в (Γ), приводящая к (Γ) с такими же функциями в правой части, что и у исходной системы; Допускаемая (Γ) группа – это группа преобразований симметрии;

Гамильтонова группа – это общее решение автономных (Γ) с независимой переменной – параметром группы. Теорема Нётер для (Γ) [2, 3]: (Γ) имеет первый интеграл $F(q,p)$ тогда и только тогда, когда (Γ) допускает гамильтонову группу, порождённую функцией Гамильтона $F(q,p)$.

Уравнение Гамильтона-Якоби ($\Gamma Я$) взаимно однозначно связано с функцией Гамильтона [2,3]. Преобразование симметрии ($\Gamma Я$) – это такое преобразование независимых t, q и зависимой S переменных, что в новых переменных ($\Gamma Я$) порождается такой же функцией Гамильтона, что и исходное ($\Gamma Я$) [3].

Однопараметрическая группа симметрий переводит решение ($\Gamma Я$) в его же решение с добавлением произвольной постоянной – параметра группы, тем самым, приближая частное решение к полному интегралу ($\Gamma Я$).

Нерешённые задачи взаимосвязи симметрий: известна симметрия (Γ) – преобразование переменных t, q, p , вычислить симметрию ($\Gamma Я$) – преобразование дополнительной переменной S ; известна симметрия ($\Gamma Я$) – преобразование переменных t, q, S , вычислить симметрию (Γ) – преобразование дополнительной переменной p ; известен генератор группы симметрий (Γ), вычислить генератор группы симметрий ($\Gamma Я$); известен генератор группы симметрий ($\Gamma Я$), вычислить генератор группы симметрий (Γ).

Литература

1. Яковенко Г.Н. Симметрии уравнений Гамильтона и Лагранжа. — М.: Изд. МЗ пресс, 2006. 120 с.
2. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. Учебник. – М.: Изд-во МГУ. 1992. – 525 с.
3. Яковенко Г.Н. Симметрии уравнения Гамильтона—Якоби // Компьютерные исследования и моделирование. — 2012. — Т. 4, № 2. — С. 261–273.