

УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ С ПАМЯТЬЮ НА ГРАФАХ

Мурзабекова Г.Е.

Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина,
Казахстан, 010011, г. Астана, пр. Победы, 62, 87019089709, guldenmur07@mail.ru

В статье исследуются новые задачи, модели дифференциальных уравнений с памятью на графах, методы их решения и численной реализации. В основу положен метод граничного управления, который был предложен в конце 80-х годов XX века Санкт-Петербургскими математиками и основан на связи между обратными задачами (идентификацией) и управляемостью динамических систем. Главная идея заключается в том, что если система управляема, то она идентифицируема.

Рассматривается проблема идентификации для теплового уравнения с памятью на интервалах и графах. На интервале проблема описывается уравнением

$$u_t(x, t) - \int_0^t Q(t-s)u_{xx}(x, s)ds = f(t)g(x), \quad (1)$$

с граничными и начальными условиями

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0; \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < T; \quad (2)$$

Здесь функции $Q, f \in H^1(0, T)$ известны, и $f(0) \neq 0$ и $Q(0) > 0$. Функция $g \in L^2(0, l)$ неизвестна и может быть восстановлена с помощью источника наблюдения $\mu(t) := u_x(0, t)$, $t \in [0, T]$. Доказано, что проблема восстановления источника идентификации решена для $T \geq \frac{l}{\sqrt{Q(0)}}$.

Теорема. Для любого $f \in H^1(0, T)$ наблюдения $u_x(0, t)$, $t \in [0, T]$ из $H^1(0, T)$ функция g восстанавливается путем решения уравнения Вольтерра второго рода на отрезке $[0, T]$, и $T = l$ - минимальное время идентификации. Идентификация устойчива, более того, для любого $T \leq l$, верны следующие оценки:

$$c \|u_x(0, \cdot)\|_{H^1(0, T)} \leq \|g\|_{L^2(0, T)} \leq C \|u_x(0, \cdot)\|_{H^1(0, T)}, \quad (3)$$

где константы c, C положительны и не зависят от g .

Автор выражает благодарность профессору Авдонину С.А. за постановку задачи и обсуждения.

Литература.

1. Avdonin S. and Pandolfi L. Simultaneous temperature and flux cotrollability for heat equations with memory // *Quarterly of Applied Mathematics*. Vol.71, №2, 2013. P. 339-368.
2. Avdonin S. and Belinskiy B. On controllability of a non-homogeneous string with memory // *J. Math. Anal. Appl.* №398, №1, 2013. P. 254-269.