

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ЗАЩИТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ ОТ ВИРУСОВ

Семыкина Н. А.

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет», Математический ф-т,  
каф. Компьютерной безопасности и математических методов управления,  
Россия, 170100, Тверь, ул. Желябова, 33, Тел.: (4822)58-56-83,  
E-mail:semykina.tversu@yandex.ru

Процесс распространения вредоносного кода в  $n$  локальных вычислительных сетях, объединенных в одну сеть, описывается системой дифференциальных уравнений с переменным запаздыванием

$$\begin{aligned}\dot{S}_i &= -F_i(t, S(t), I(t - h_1(t))) + b_i(t) - \mu_i S_i(t) - u_i(t - \delta_1) S_i(t) + \sigma_i R_i(t - h_2(t)), \quad i = \overline{1, n}, \\ \dot{I}_i &= F_i(t, S(t), I(t - h_1(t))) - \gamma_i(t - \delta_2) I_i(t) - \mu_i I_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \\ \dot{R}_i &= u_i(t - \delta_1) S_i(t) + \gamma_i(t - \delta_2) I_i(t) - \mu_i R_i(t) - \sigma_i R_i(t - h_2(t)), \quad i = \overline{1, n}.\end{aligned}$$

Здесь  $S_i(t)$ ,  $I_i(t)$  и  $R_i(t)$  – число восприимчивых к заражению компьютеров, число зараженных машин и число невосприимчивых, соответственно. Функции  $S_i(t)$ ,  $I_i(t)$  и  $R_i(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , считаем, фазовыми переменными, которые являются непрерывными функциями времени. Для них выполняются естественные ограничения. Предполагается, что на начальном множестве  $E_0 = \{t \in [\theta, 0], \theta < 0\}$  количество компьютеров разных классов известно:

$$S_i(0) = S_{i0}, \quad I_i(t) = I_{i0}(t), \quad R_i(t) = R_{i0}(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad t \in E_0.$$

А так же определены начальные значения функций, характеризующие противовирусные мероприятия для защиты компьютерных сетей:

$$u_i(t) = u_{i0}(t), \quad \gamma_i(t) = \gamma_{i0}(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad t \in [-\delta, 0], \quad \text{где } \delta = \max\{\delta_1, \delta_2\}.$$

Кусочно-непрерывные функции управления  $u_i(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , характеризующие среднюю скорость установки антивирусного программного обеспечения для восприимчивых узлов и  $\gamma_i(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , характеризующие обнаружение, лечение от вирусов и последующей установки антивирусной программы для инфицированных компьютеров, ограничены:  $(u_i(t), \gamma_i(t)) \in \tilde{U}$ .

Управление защитой компьютерной сети состоит в выборе функций противовирусных мер таким образом, чтобы экономический урон от эпидемии был минимален.

Построенная модель исследована на устойчивость, найдено базовое репродуктивное число. Для получения оптимального решения применены методы теории оптимального управления. Численные решения построены с помощью комбинационного метода. Проведены исследования зависимости динамики системы от параметров модели.