О ЧИСЛЕ МОД ГАУССОВОЙ СМЕСИ

Апраушева Н.Н. [1]**, Сорокин С.В.** [2]

Учреждение Российской академии наук
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 40.
[1] 8 (499) 135-40-98, plat@ccas.ru
[2] 8 (499) 135-14-98, www2008@ccas.ru

Широкое использование смеси нормальных распределений в качестве универсального аппроксиматора неизвестной плотности вероятности стимулирует развитие методов определения числа её мод. Исследование свойств плотности вероятности k нормальных распределений $f(X)$ с равными ковариационными матрицами Σ и с различными векторами математических ожиданий μ_i, i=1, 2, ..., k $2 \le k < \infty$, позволяет сделать следующие выводы [1, 2].

1. Число мод m функции $f(X)$ удовлетворяет неравенствам $1 \le m \le k$.

2. При фиксированном значении k число мод m зависит от априорных вероятностей компонент смеси π_i, i=1, 2, ..., k, и от расстояний Махаланобиса между ними ρ_{is}, $i<s$, i=1, 2, ..., k-1, s=2, 3, ..., k, $m=\zeta(\rho_{12}, \ldots, \rho_{1k}, \ldots, \rho_{k-1,k}, \pi_1, \ldots, \pi_k)$.

3. В одномерном случае, если функция $f(x)$ имеет вырожденные критические точки — моды или точки перегиба, то число её мод $m<k$.

4. В одномерном случае при k=2 выведено аналитическое выражение границы семейств унимодальных и бимодальных смесей, полученное вероятностно-статистическими методами. Это выражение имеет вид

$$\mathrm{P}\{d+3.242<|\ln(\pi_1\pi_2^{-1})|<d+4.234\}>0.93, \quad \pi_1\neq\pi_2,$$

$$d = 0.827\,\rho^2-3.867\,\rho+2\ln(2^{-1}(\rho+(\rho^2-4)^{1/2})), \quad 2<\rho<5.913.$$

Литература

1. *Aprausheva N., Sorokin S.* On the unimodality and the bimidality of Gaussian mixture of the two components // *PRIA-8-2007. Conference proceedings,* Yoshkar-Ola, RF. **V. 2,** 2007. P. 14-16.
2. *Aprausheva N., Sorokin S* On the unimodality and the bimidality of multivariate Gaussian mixture of the two components. // *PRIA-9-2008. Conference proceedings,* Nizhni Novgorod, RF. **V. 1,** 2008. P. 23-25.