

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЛЮСТЕРНИКА

Кочнев А.В.

Южно-Уральский Государственный Университет,
кафедра математического анализа,
Россия, 454091, г. Челябинск, ул. Ленина 76, Ауд. 711, Тел: (351) 267-94-65
E-mail: antoshka_85@list.ru

Давно уже было замечено, что многие аналитические проблемы могут быть сформулированы на теоретико-вероятностном языке, что позволяет легко получать достаточно тонкие аналитические результаты. Достаточно упомянуть доказательство

С. Н. Бернштейна аппроксимационной теоремы Вейерштрасса, получающееся применением закона больших чисел, известное предельное соотношение

для многочленов Лежандра, следующее из закона арксинуса (являющегося некоторой формой закона больших чисел), или, скажем тождество Неймана для функций Бесселя - являющееся перефразировкой уравнения Колмогорова-Чепмена.

Огромный пласт аналитических задач в теории эллиптических и параболических уравнений с частными производными может быть эффективно исследован с помощью полугрупповой теории марковских случайных процессов.

В 1967 году Л.А. Люстерником были введены обобщения классических бесселевых функций и дана их вероятностная интерпретация.

Одной из важных задач в теории упомянутых обобщений является задача изучения предельного поведения соответствующего процесса и связанное с ней асимптотическое поведение функций Люстерника.

Основным результатом настоящей работы является следующее утверждение.

Теорема. Пусть $k_1, \dots, k_n \in \mathbb{Z}$, определим функции Люстерника нескольких переменных, зависящие от этих параметров следующим образом:

$$G_{k_1, \dots, k_n}(\bar{z}) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \frac{z_1^{k_1+m} \dots z_n^{k_n+m}}{(k_1+m)! \dots (k_n+m)!}, z_i \in \mathbb{C}. \quad (1)$$

Для данных функций главный член асимптотического разложения имеет вид:

$$G_{k_1, \dots, k_n}(\bar{z}) \sim \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n z_1 \dots z_n \left(\frac{1}{z_1} + \dots + \frac{1}{z_n} \right)}} \exp \left(\sum_{j=1}^n z_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\left(z_j - z_n - k'_j - a(\bar{z}) \sum_{j=1}^{n-1} \frac{z_j - z_n - k'_j}{z_j} \right)^2}{z_j} \right)$$

Литература.

1. Заляпин В.И., Люстерник В.А. О системе функций пуассоновского блуждания // ДАН СССР. - 1972. - Т.207. - Вып. 1.
2. Хейер Х. Вероятностные меры на локально компактных группах. - М.: Мир – 1981, С. 701.