

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА МОМЕНТОВ ОДНОМЕРНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА-КОЛМОГОРОВА-ПЕТРОВСКОГО-ПISКУНОВА С ФРАКТАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ

С.А. Синюков, А.В. Шаповалов

Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пл. Новособорная, 1,
Телефон: (3822) 529843, E-mail: shpv@phys.tsu.ru

Фрактальное исчисление [1] открыло новые возможности для построения и исследования моделей физических и биологических систем и явлений непосредственно на фракталах в терминах дифференциальных уравнений с фрактальными производными. В настоящее время фрактальное исчисление и его приложения становятся новым активно развивающимся разделом современной математической физики [2].

В данной работе изучается одномерное популяционное уравнение Фишера–Колмогорова–Петровского–Пискунова (Ф-КПП) с нелокальными конкурентными потерями [3] и фрактальной производной по времени, которое рассматривается в рамках F^α -исчисления на множестве Кантора размерности $0 < \alpha < 1$. В квазиклассическом приближении по малому параметру диффузии в классе функций, сосредоточенных на траекториях, выводится динамическая система с фрактальной производной по времени, связанная с множеством моментов не выше второго порядка решения уравнения Ф-КПП. Анализ свойств решений динамической системы моментов является основной задачей данной работы, поскольку они содержат решающую информацию о решении исходного уравнения Ф-КПП.

Рассмотрен пример, для которого аналитически и численно построены и исследованы решения динамической системы моментов при различных значениях параметра α .

Использованный в работе подход позволяет асимптотически свести исследование решений уравнений в частных производных с фрактальной производной по времени и нелокальной нелинейностью по пространственной переменной к исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений с фрактальной производной. Также результаты работы могут представлять интерес в приложениях фрактального исчисления к уравнениям с фрактальными производными [2].

Литература

1. Parvate A., Gangal A. D. Calculus on fractal subsets of real line — I: formulation // *World Scientific Publishing Company*, Vol. 17, № 1, 2009. 53 p. DOI:10.1142/S0218348X09004181.
2. Golmankhaneh A. K. Fractal calculus and its applications. F^α –Calculus. – World Scientific, Singapore, 2022. DOI:10.1142/12988.
3. Trifonov A. Yu., Shapovalov A. V. The one-dimensional Fisher–Kolmogorov equation with a nonlocal nonlinearity in a semiclassical approximation // *Russian Physics Journal*, Vol. 52, № 9, 2009. 899 p. DOI:10.1007/s11182-010-9316-2.