

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УСТОЙЧИВОЙ ДИНАМИКИ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Варшавский Л.Е.

В статье рассматриваются проблемы, связанные с моделированием и расчетом устойчивой динамики макроэкономических показателей при прогнозировании. Для проведения вычислений обосновывается целесообразность использования методов теории управления, которые могут быть достаточно просто реализованы в электронных таблицах.

doi: 10.20537/mce2024econ04

Введение. Одна из важных целей при управлении экономическим развитием состоит в обеспечении устойчивого роста. При стабильном экономическом росте может быть обеспечена стабильность таких ключевых показателей, как безработица и инфляция. В свою очередь устойчивый экономический рост взаимосвязан со стабильным инвестиционным и инновационным развитием.

Одним из необходимых условий обеспечения устойчивой траектории экономического роста на начальной стадии прогнозирования и директивного планирования экономического развития является моделирование макроэкономической динамики. Интерес к макроэкономическому моделированию процессов усилился в 1920–1930 гг. и не прерывался даже в годы Второй мировой войны. Для исследования макроэкономической динамики широко использовался аппарат теории дифференциальных и разностных уравнений. Так, в 1950–1960-е гг. были разработаны модели акселератора, мультипликатора, экономического цикла и др., которые связывают с именами Самуэльсона, Солоу, Хикса, Филлипса и др. авторов [1–4]. Для идентификации моделей стали широко использоваться вероятностно-статистические методы, ставшие основой эконометрики. Впоследствии было осознано, что методы исследования экономических процессов имеют много общего с методами теории управления (control theory). При этом весьма полезными могут быть методы, не требующие сложных вычислительных процедур, и, в частности, ме-

тоды, которые могут быть реализованы в электронных таблицах, широко используемых экономистами.

2. Агрегированная модель макроэкономической динамики.

При макроэкономическом моделировании используются показатели как в натуральных единицах (ВВП (Y_t), конечное потребление (C_t), валовые инвестиции (I_t), государственные расходы (G_t), нетто-экспорт т.е. разница между экспортом (Ex_t) и импортом (Im_t): $NE_t = Ex_t - Im_t$), так приростные и относительные показатели (темпы прироста ВВП $y_t = Y_t/Y_{t-1} - 1$, уровня безработицы U_t , инфляции p_t и др.).

Следует, однако, иметь в виду, что, управление процессами в экономике, в отличие от физико-технических систем, представляет более сложную проблему из-за изменчивости режимов функционирования и параметров экономических систем: их нельзя исследовать в лабораторных условиях, как, например, турбоагрегат электростанции, или авиационный двигатель. Нестационарность экономических процессов отражает, например, динамика ключевых макропоказателей США за 1969–2021 гг. (рис. 1).

Тем не менее, на начальной стадии прогнозирования экономических систем использование методов теории управления позволяет достаточно адекватно исследовать взаимодействие между различными показателями [5–7].

В настоящей работе используется агрегированная макроэкономическая модель США, состоящая из блоков взаимосвязи приростных и абсолютных показателей. В обоих блоках для моделирования связей между показателями используются лаговые соотношения

$$Y_t = a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + b_1 I_{t-1} + \delta, \quad (1)$$

которые можно представить в операторной форме

$$Y_t = \frac{b_1 z}{z^2 + a_1 z + a_2} I_t + \frac{\delta}{z^2 + a_1 z + a_2} = W_1(z) I_t + W_{10}(z) \delta \quad (1a)$$

где z – оператор сдвига, т.е. $z x_t = x_{t+1}$, a_t , b_t , δ — постоянные параметры.

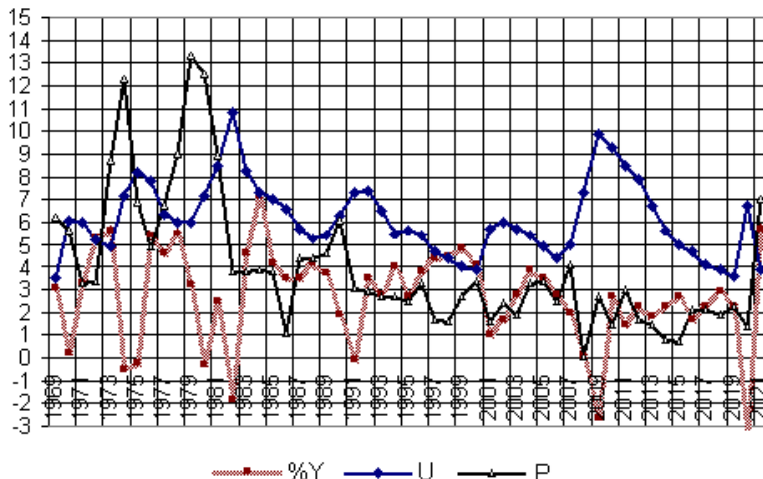


Рис. 1. Динамика ключевых макропоказателей США: уровня безработицы (U), темпа прироста ВВП $\%Y = y$ США в %, а также уровня инфляции (P) в 1989–2021 гг. (построено и рассчитано по данным [8]).

Блок 1. В блоке используются следующие соотношения между уровнем безработицы U_t и инфляцией p_t с одной стороны и темпом прироста ВВП y_t с другой:

$$\begin{aligned}
 U_t &= W_U(z)y_t + W_{U0}(z)d_U = \frac{b_{U0}z + b_{U1}}{z - \lambda_U} y_t + \frac{d_U}{z - \lambda_U}; \\
 p_t &= W_p(z)y_t + W_{p0}(z)d_p = \frac{b_{p0}z + b_{p1}}{z - \lambda_p} y_t + \frac{d_p}{z - \lambda_p}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

(b_{Uj} , b_{pj} , d_U , d_p — постоянные параметры). Следует отметить, что зависимость для U_t в (2) достаточно стабильна за последние почти 60 лет, что позволяет обеспечить удовлетворительное согласование модели с реальными данными (табл. 1, рис. 2).

В табл. 1 приведены равновесные значения уровней безработицы U_{eq} и инфляции p_t в разные периоды времени, соответствующих априорно заданному постоянному уровню темпа прироста ВВП $y = 2.5\%$. Эти уровни

уменьшаются со временем, хотя для показателя безработицы их отличие существенно меньше, чем для показателя инфляции (см. ниже табл. 2).

Таблица 1. Оценки равновесные значения уровней безработицы U_{eq} и инфляции p , полученные на основе авторегрессионных зависимостей (2) за разные периоды времени.

Период оценивания	1969-21	1990-21	2005-21
$y, \% =$	2.500	2.500	2.500
$U_{eq} =$	6.348	5.666	4.831
$P_{eq} =$	7.249	1.029	2.202

Вторая зависимость в (2) менее устойчивая, что находит отражение в значительной разнице значений оценок параметров за разные периоды времени, равновесных уровней инфляции P_{eq} , а также в высоких значениях коэффициентов вариации.

Для прогнозирования ключевых макроэкономических показателей (Y_t, C_t, I_t и др.) непосредственно на основе (2) желательно наличие связи между управляющей переменной (ставкой процента Федерального резерва fed_t) и темпом прироста ВВП y_t . Однако по статистическим данным невозможно установить каузальную связь между этими ключевыми показателями, т.к. имеет место запаздывание fed_t относительно y_t (рис. 3). Поэтому для прогноза ВВП (y_t и Y_t) необходимо переходить к Блоку 2.

Вместе с тем, на основе соотношений (1) может быть оценен желательный равновесный уровень y^* , соответствующий целевым уровням безработицы и инфляции U^*, p^* (например, путем минимизации суммы квадратов отклонений значений показателей от желаемых уровней с весами α и $1-\alpha$:

$$\alpha [(W_U(1)y^* + W_{U_0}(1)d_U - U^*)^2] + (1-\alpha) [(W_p(1)y^* + W_{p_0}(1)d_p - p^*)^2] \rightarrow \min_{y^*}; \quad (3)$$

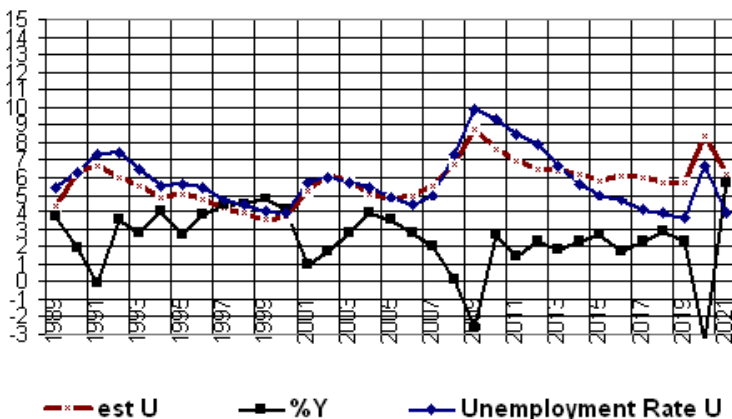


Рис. 2. Динамика фактического U и оцененного $est U$ уровня безработицы, а также темпов прироста ВВП $\%Y = y$ США в % в 1989–2021 гг. (построено и рассчитано по данным [8] при значениях параметров авторегрессионной зависимости (2) за 1990–21 гг.).

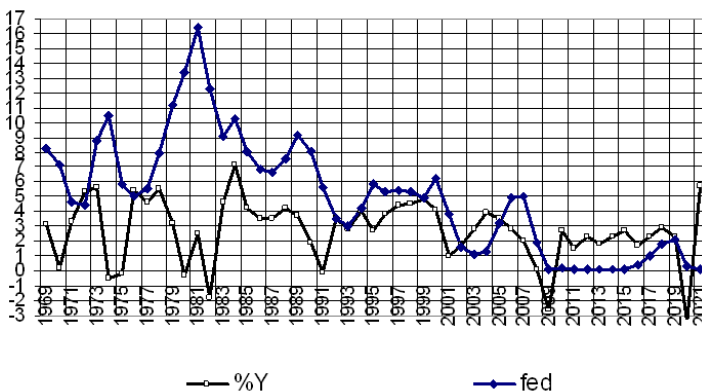


Рис. 3. Динамика ставки процента Федерального резерва fed_t и темпа прироста ВВП США $\%Y = y$ в % в 1989–2021 гг. (построено и рассчитано по данным [8]).

Блок 2. В этом блоке, наряду с балансовым соотношением

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + NE_t, \quad (4)$$

используются лаговые зависимости, связывающие инвестиции I_t с ВВП Y_t , а также ставку процента fed_t с инвестициями I_t :

$$Y_t = W_Y(z)I_t = \frac{b_Y z^2}{(z - \lambda_Y)^2} I_t; \quad (5a)$$

$$I_t = \frac{b_{I0}z + b_{I1}}{(z - \lambda_I)^2} fed_t + \frac{d_I}{(z - \lambda_I)^2} \quad (5b)$$

(b_{Yk} , b_{Ik} , d_I — постоянные параметры).

Опыт идентификации зависимостей (5a), (5b) показывает, что вторая зависимость в разные периоды времени менее устойчивая, чем первая. Это приводит к необходимости экспертного выбора ее параметров при прогнозировании.

Объем валового потребления в США в последние 20 лет связан с ВВП простым соотношением: $C_t = c_0 Y_t$, $c_0 = 0.682$, а государственных расходов G_t соотношением

$$G_t = [(1 - c_0)W_Y(z) - 1]I_t + NE_t, \quad (6)$$

которое следует из (1) и (5a). Кроме того, в Блоке 2 присутствует уравнение динамики государственного долга:

$$Debt_{t+1} = (1 + N \text{int})Debt_t + G_t - T_t, \quad (7)$$

где T_t — объем налоговых и прочих поступлений ($T_t \approx 0.186Y_t$), пропорциональный ВВП, а $N \text{int}$ — нетто-процент (net interest), связанный с процентной ставкой регрессионным соотношением, полученным нами на основе данных (8):

$$N \text{int}_t = 0.580 * fed_t + 1.990 \quad (7.1)$$

Операторные соотношения (5) можно представить в пространстве состояний:

$$X_{t+1} = AX_t + Bu_t \quad (8)$$

где u_t — входная переменная, $u_t = b_{I0} fed_t + d_I$; X_t — вектор $X_t = (I_{t-1}, I_t, Y_{t-1}, Y_t)'$.

Исходной переменной для расчетов ключевых макроэкономических показателей является целевой темп прироста ВВП y^* , определяемый в Блоке 1 в соответствии с (3). Входными переменными в (8), обеспечивающими целевой темп прироста ВВП y^* , являются u_t и fed_t .

3. Подходы к расчету fed_t .

Непосредственный расчет на основе (8) величин ставки процента fed_t , обеспечивающих динамику объемов ВВП Y_t^* , соответствующих целевому темпу прироста ВВП y^* (т.е. решение обратной задачи), как правило, приводит к неприемлемой динамике входной переменной fed_t . Поэтому один из подходов к решению обратной задачи состоит в решении следующей задачи [9]:

$$J_i = \sum_{t=0}^{\infty} (Y_t - Y_t^*)^2 + \frac{1}{2} \rho^* fed_t^2 \rightarrow \min_{fed_t} \quad (9)$$

где $\rho > 0$ — параметр, подбираемый для обеспечения приемлемой динамики входной переменной и отклонений выходной переменной. При использовании процедуры оптимизации в электронных таблицах (Excel) на величину fed_t могут быть наложены различного рода ограничения.

В ряде случаев для решения рассматриваемой обратной задачи более удобно использовать формулу Аккермана [10], которую также можно реализовать в электронных таблицах. Эта формула позволяет вычислить ставку процента fed_t в функции от объема ВВП и инвестиций (в форме обратной связи):

$$\begin{aligned} u_t &= -gX_t, \\ g &= (0 \ 0 \dots 1) \Omega_c^{-1} F(A) \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Omega_c = [B \ AB \dots AB^{n-1}]$ — матрица управляемости, n — размерность вектора X_t , $F(A)$ — матричный многочлен

$$F(A) = A^n + s_{n-1}A^{n-1} + \dots + s_0I, \quad (11)$$

коэффициенты которого соответствуют задаваемым коэффициентам s_i , $i = 0, 1, \dots, n-1$ характеристического многочлена системы с обратной связью, описываемой матрицей $A_1 = A - Bg$:

$$\det(zI - A_1) = f(z) = z^n + s_{n-1}z^{n-1} + \dots + s_0. \quad (11.1)$$

В рассматриваемой модели одним из корней характеристического многочлена (11.1) является желаемый темп роста ВВП — $\lambda_1^* = 1 + y^*$. Например, если $\lambda_1^* = 1 + y^* = 1.03$, то s_i , $i = 0, 1, 2, 3$ могут соответствовать значениям корней $\{\lambda_i^*\} = (1.03 : 0.3 : 0.1 : 0.1)$. Значения последних трех корней, которые должны быть в диапазоне $0 < \lambda_i < 1$, $i = 2, 3, 4$ влияют на динамику приближения показателей в начальный (переходный) период.

После определения n компонентов вектора X_t , из (4), (6), (7) вычисляются показатели G_t , T_t , N_{int} , $Debt_t$, а из (2) — U_t и p_t . Данный подход, не требующий решения уравнений Риккати, может быть эффективен по реализации с использованием электронных таблиц.

4. Результаты расчетов.

С целью иллюстрации рассмотренного выше подхода, основанного на формуле Акермана, нами проведены расчеты в Excel макроэкономических показателей применительно к условному варианту развития США с целевыми равновесными показателями безработицы 5% инфляции 2.7% и темпа прироста ВВП 3%. Используются следующие соотношения, полученные путем эконометрического анализа макроэкономических данных США в основном за период 1990-2021 гг.

Блок 1:

$$U_t = -\frac{0.451z + 0.136}{z - 0.432} y_t + \frac{4.689}{z - 0.432};$$

$$p_t = \frac{0.362z - 0.313}{z - 0.746} y_t + \frac{0.436}{z - 0.746}$$
(12)

Блок 2:

$$Y_t = \frac{0.1995z^2}{(z - 0.837)^2} I_t;$$

$$I_t = \frac{-0.0324z}{(z - 0.828)^2} fed_t + \frac{0.252}{(z - 0.828)^2}$$
(13)

В расчетах предполагалось, что $NE_t = 0$. С целью сглаживания резких выбросов переменных в начальный период прогнозирования, в (10.1) использовались значения корней λ_2 , λ_3 , λ_4 , которые определялись в результате следующей оптимизации:

$$J = \sum_0^{T_0} u_t^2 \rightarrow \min_{\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4},$$
(14)

при ограничениях (8), (10), (11). В результате минимизации (14) при $T=4$ было получено, что $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0.345$, $g = (19.3, -37.6, 11.4, -7.6)$.

Результаты расчетов приведены на рис. 4–7.

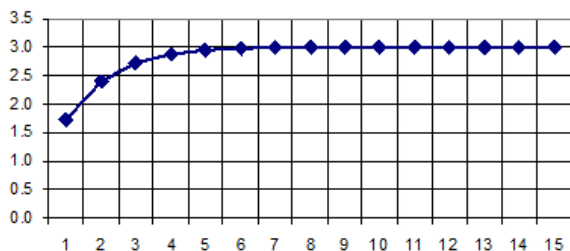


Рис. 4. Динамика темпа прироста ВВП y_t , %, рассчитанная с использованием формулы (10) и (14).

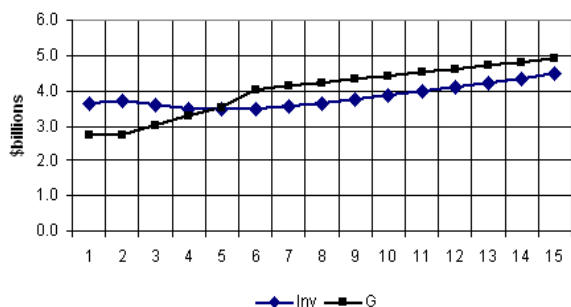


Рис. 5. Динамика объемов инвестиций $Inv_t = I_t$ и государственных расходов G_t (в трлн. долл.), рассчитанных с использованием формул (10) и (14).



Рис. 6. Динамика уровней безработицы U_t инфляции p_t %, рассчитанных с использованием формул (10) и (14).

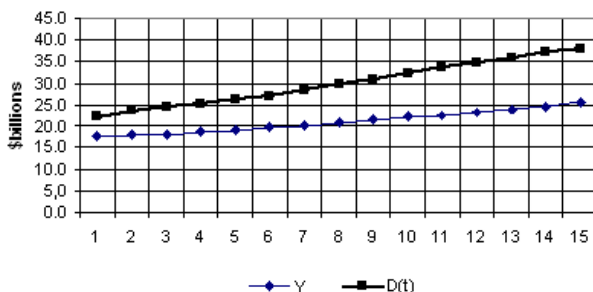


Рис. 7. Динамика ВВП Y_t и государственного долга $Debt_t$ (в трлн. долл.), рассчитанных с использованием формул (10) и (14).

Следует отметить влияние начальных условий системы (8) X_0 на динамику показателей в переходной период. Так, выход на траекторию желаемого роста при некоторых значениях компонентов X_0 (например при высоких значениях $x_{20} = I_0$) может сопровождаться в начальный период высокими по абсолютной величине значениями y_t и процентной ставки fed_t . Поэтому с целью недопущения резкого изменения входной переменной в начальный период необходимо корректировать начальные условия при формировании обратной связи в (10).

Дополнительные расчеты с использованием робастных методов управления [7] показывают, что при отклонении параметров используемой рассмотренной модели (12)-(13) на 12.5%, можно сформировать корректирующий закон обратной связи для fed_t^1 , гарантирующий выход ВВП на траекторию устойчивого роста (рис. 4), соответствующую fed_t^* , полученному на основе (10).

Интересно также отметить, что при расчетах в соответствии с (9), достижение динамики ВВП, близкой к полученной в соответствии с (10) и (14) (рис. 4, 8), требует существенно большего времени из-за необходимости подбора ограничений на приемлемую динамику и область изменения fed_t .

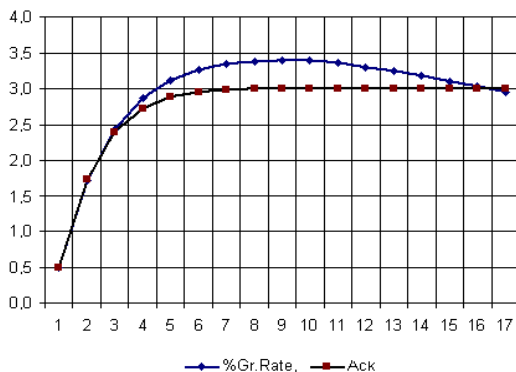


Рис. 8. Динамика темпа прироста ВВП $\%Gr.Rate$, рассчитанная с использованием формул (10) и (14) — Ack, а также в соответствии с (9) при $\rho = 100$ и ограничениях на fed_t , обеспечивающих такую же динамику.

Выводы. Рассмотренный в статье подход, основанный на использовании формулы Аккермана, позволяет обеспечить сбалансированный рост ряда макроэкономических показателей. Он может быть использован на начальном этапе макроэкономического прогнозирования на средне- и долгосрочный период.

Достоинством рассмотренного подхода является то, что он может быть реализован на основе электронных таблиц, широко используемых специалистами различного профиля.

На последующих стадиях исследований следует усовершенствовать методы учета неопределенности при разработке прогнозов динамики макроэкономических показателей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Samuelson P.A.* Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration // *Review of Economic Statistics*. 1939. Vol.21. P.75–78.
2. *Hicks J.R.* A Contribution to the Theory of the Trade Cycle. Oxford University Press. Oxford. 1950.
3. *Estey J. A.* The Multiplier-Accelerator Interaction. *Business Cycles: Their Nature, Cause, and Control* (Third ed.). Englewood Cliffs: Prentice-Hall. 1956. P. 275–287.

4. Бергстром А. Построение и применение экономических моделей. М. : Прогресс, 1970.
5. Turnovsky S.J. Optimal Stabilization Policies for Deterministic and Stochastic Linear Economic Systems // *The Review of Economic Studies*. 1973. v. XL(1), No 121. P.79–95.
6. Варшавский Л.Е. Моделирование динамики макроэкономических показателей США и анализ сценариев их поведения в постреcessionный период // *Концепции*. 2013. №1 (30). С. 32–42.
7. Варшавский Л.Е. Моделирование динамики экономических систем с неопределенными параметрами // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2018. №2, т. 10. С. 261–276.
8. Historical US Unemployment Rate by Year. URL: <https://www.thebalancemoney.com/unemployment-rate-by-year-3305506>
9. Варшавский Л.Е. Модели и методы расчета динамики ввода производственных мощностей // *Экономика и математические методы*. 1987. т. 23. вып. 3. С. 456–467.
10. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ: Пер. с англ. М.: Мир, 1987.

METHODS FOR CALCULATING STABLE DYNAMICS OF MACROECONOMIC INDICATORS

Varshavsky L.E.

The article discusses problems associated with modeling and calculating stable dynamics of macroeconomic indicators for forecasting. To carry out calculations, the feasibility of using control theory methods, which can be quite simply implemented in spreadsheets, is justified.