

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ПРЕПОДАВАНИЮ МАТЕМАТИКИ И КОНТРОЛЮ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ (НА ПРИМЕРЕ ПОДГОТОВКИ К СДАЧЕ ЕГЭ)

Андрусенко Н. П., Ефимова М. В., Перфильев А. А.

Для подготовки к ЕГЭ в Учебном центре довузовского образования «АЗЪ» при ГУУ разработан новый учебно-методический комплекс по математике: программы и календарно-тематические планы курса, сборник задач, контрольные и тренировочные тесты. Особенности комплекса: унификация и дифференциация заданий с учетом уровня подготовки слушателей курсов, постоянное повторение пройденного материала, непрерывный контроль знаний. Это дает элементы индивидуального подхода при групповом обучении. В результате в 2008 и 2009 годах слушатели курсов «АЗЪ» сдали ЕГЭ по математике намного лучше, чем в среднем по Москве и Московской области.

Введение. В связи с введением ЕГЭ как единой формы вступительных испытаний в вузы, система обучения на подготовительных курсах Учебного центра «АЗЪ» Государственного университета управления была поставлена перед необходимостью совершенствования методов преподавания математики для школьников.

Построение учебного процесса базировалось на следующих принципах, обеспечивающих лучшее усвоение и закрепление изучаемого материала. Во-первых, формирование групп с одинаковым уровнем базовых знаний слушателей. Во-вторых, постоянное повторение пройденного материала и выявление связи содержания текущей темы с предыдущими разделами. В-третьих, непрерывный контроль знаний слушателей, учет и исправление типичных ошибок. Такой своего рода интерактивный режим взаимодействия преподавателя и слушателей позволяет обеспечить элементы индивидуального подхода в рамках группового метода обучения.

Учебно-методический комплекс. Коллективом кафедры высшей математики и руководством Учебного центра «АЗЪ» была проведена большая работа по разработке и практической реализации нового учебно-методического комплекса.

Комплекс содержит:

1. программы, соответствующие Госстандарту и кодификатору ЕГЭ;
2. контрольно-тематические планы;
3. учебное пособие: обучающие, тренировочные и контрольные материалы для занятий на подготовительных курсах;
4. комплект тестов для аудиторных и домашних занятий.

Основу занятий на курсах составляет подготовленное коллективом авторов пособие (Математика абитуриентам..., 2008), которое включает специально подобранные авторские задачи и задачи других авторов. Пособие дает хороший обучающий эффект для развития у слушателей навыков творческого применения знаний основных математических понятий, формул и теорем к решению как стандартных, так и нестандартных экзаменационных задач. По каждой теме приведена справочная информация, необходимая для решения этих задач.

Учебно-методический комплекс имеет ряд особенностей, главными из которых являются:

1. Использование одного пособия, включающего задачи по всем темам программы.
2. Разработка внутреннего унифицированного стандарта занятий — единый набор задач, обязательных для решения на аудиторных занятиях во всех группах. При этом на эти обязательные задачи отводится только 50–60% времени занятия.
3. Активизация и контроль самостоятельной работы слушателей на базе унифицированных домашних заданий по всем группам.
4. Постоянный текущий контроль знаний с помощью промежуточных аудиторных и единых для всех групп контрольных работ по отдельным темам.
5. Дополнительный курс лекций и семинаров двух уровней сложности (А + В и С) для слушателей с разным уровнем освоения программы.

Учебно-методический комплекс составлен так, чтобы адаптироваться к изменениям, связанным с вариацией содержания и степени сложности задач, включаемых в ЕГЭ. Полный охват школьной программы делает учебно-методический комплекс мало зависящим от возмож-

ных изменений в контрольно-измерительных материалах (КИМ). Действительно, в процессе работы мы обнаружили, что новый демонстрационный вариант КИМов не потребовал изменений в нашем комплексе, так как предложенные в пособии (Математика абитуриентам..., 2008) задачи проверяют не только знание конкретных формул, но и понимание сути рассматриваемых вопросов и умение применять их. Тем не менее, год работы по новой методике выявил, что для групп со слабой подготовкой учащихся нужно иметь больше простых задач. Это учтено при подготовке 2-го издания, в котором также увеличено количество задач, соответствующих новой версии ЕГЭ.

Многие задачи, включенные в пособие, в своей формулировке имеют отношение к повседневной жизни и к тематике экономических предметов, преподаваемых в ГУУ. Акцентируется внимание на вопросы, представляющие, как правило, трудность для слушателей. Например: *«Цена на товар была понижена на 10%. На сколько процентов необходимо её поднять, чтобы получить первоначальную цену?»*

При этом обращается внимание учащихся на то, от какой величины берутся заданные проценты — именно это представляет для многих из них трудность.

Благодаря охвату углублённой школьной программы учебно-методический комплекс пригоден не только при сдаче ЕГЭ, но и для подготовки к вступительным испытаниям в учебные заведения, проводящие свой дополнительный экзамен.

Единство методов решения. Одна из основных проблем, с которой авторы учебно-методического комплекса сталкивались при работе со школьниками, заключается в том, что математика воспринимается ими как набор конкретных задач. Большинство школьников не в состоянии увидеть общий метод решения за различиями в формулировке задачи. Поэтому мы систематизировали задачи по используемым методам решения, и в различных темах программы обращали особое внимание на единство методов решения в задачах разного типа и при их разнообразных формулировках.

Еще один прием, используемый нами для подчеркивания единства методов решения в задачах различных разделов, заключается в кратких напоминаниях содержания предыдущего материала в начале каждого занятия и каждого раздела задачника. Это восстанавливает в памяти пройденный материал, закрепляет понимание связи между разделами и единство используемых методов решения задач. Такой подход является также

эффективным способом закрепления всего пройденного материала и помогает при подготовке к экзамену непосредственно перед ним.

Сравнительно компактный объем пособия при достаточно полном охвате материала, позволяет школьникам избежать проблемы выбора конкретных задач. Поэтому в процессе подготовки они могут при желании решить практически все предлагаемые в нем задачи.

В отличие от других сборников задач, пособие не содержит ответов к приводимым задачам, так как в получении верных ответов при правильном решении состоит цель обучения на курсах и самостоятельной подготовки абитуриентов. По нашим наблюдениям, наличие ответов вызывает соблазн подгонки под него, не гарантируя правильного хода решения задачи и вычислений. При отсутствии ответа увеличивается вероятность правильного решения задач, что облегчает контроль домашних заданий.

На занятиях проверяются все ответы и разбираются основные этапы решения задач, вызвавших затруднения. В процессе подготовки абитуриенты должны решить как можно больше задач самостоятельно и вписать ответы в задачник. Он является, таким образом, в определенной мере и рабочей тетрадью, в которой есть место для заметок и записей. По числу правильных ответов и решений нетрудно предварительно оценить уровень успеха абитуриента на ЕГЭ.

Дифференциация обучения с учетом уровня знаний. Для увеличения эффективности обучения, слушатели по результатам вступительного тестирования разбиваются на учебные группы в соответствии с их базовым уровнем подготовленности. Учебно-методический комплекс составлен так, чтобы преподавателям было удобно и продуктивно работать с абитуриентами любого уровня подготовленности. В каждой теме задачи расположены по уровню сложности: от простых задач к трудным. Приведем несколько примеров.

В теме «Линейные неравенства, содержащие переменную под знаком модуля» рассматривается решение неравенств:

- 1) $|x+2| > -1$, 2) $\left| \frac{x}{x+2} \right| \geq -1$, 3) $|x+2| \leq -1$, 4) $|x+2| > 0$,
5) $|x+2| \leq 0$, 6) $|x+2| > 3$, 7) $|x+2| \leq 4$, 8) $|1-3x| > 2x+5$,
9) $|x-1| \leq 3-x$, 10) $|x-1| \leq |2-x|$, 11) $|x-5| \geq a$, 12) $|x+2| < a$,
13) $\sqrt{x^2 + 2ax + a^2} \leq |a-x|$.

В теме «Дробно-линейная функция» рассматриваются задания:

1. Постройте графики функций:

$$\text{а) } y = \frac{2x-6}{x+1}, \quad \text{б) } y = \left| \frac{2x-6}{x+1} \right|, \quad \text{в) } y = \frac{2|x|-6}{|x|+1},$$

$$\text{г) } y = \frac{2|x|-6}{x+1}, \quad \text{д) } y = \frac{|2x-6|}{x+1}.$$

2. На плоскости Oxy постройте множество точек, удовлетворяющих неравенству $xy + y < 3$.

3. Известно, что для любого $x > 0$ выполнено равенство $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x+1}$.

Постройте график функции $y = f(x)$.

По такому же принципу составлены и домашние контрольные задания — свои для каждого уровня подготовленности слушателей. Такой подход позволяет постепенно выводить слабо подготовленных школьников на более высокий уровень. Кроме того, создает стимул при их успешном выполнении у слабых и возможность решения более сложных задач более подготовленными слушателями. Созданы различные программы занятий для групп менее и более подготовленных слушателей. По результатам единых контрольных работ слушатели могут быть переведены из одной группы в другую.

В группах с базовым уровнем (уровень А и В задач ЕГЭ) особое внимание уделяется постоянному повторению предыдущих тем и разбору домашнего задания.

Контроль знаний. Домашние задания выдаются в виде раздаточного материала с отрывной частью для записи полученных ответов, которая сдается в начале каждого следующего занятия и сразу же проверяется. Это позволяет следить за регулярностью самостоятельной работы слушателей, выявлять и учитывать при дальнейшей работе темы, нуждающиеся в дополнительной проработке. Задачи, вызвавшие затруднения, разбираются на занятии и повторяются еще раз в домашних заданиях.

Приведем пример домашнего контрольного задания по теме «Основные свойства функций».

Отметим, что в части А заданий ЕГЭ в неверных ответах составителями учитываются наиболее распространенные ошибки, допускаемые при решении задач этого типа.

Например, абитуриенты путают область определения функции с множеством её значений (задачи А1, А2, А5).

А1 Укажите область определения функции, график которой изображен на рис. 1.

- 1) $[-3; 5]$; 2) $[-3; 1]$; 3) $[-5; 5]$; 4) $[-1; 5]$.

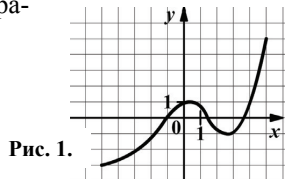


Рис. 1.

А2 Укажите область значений функции, график которой изображен на рис. 2.

- 1) $(-3; 5]$; 2) $(-3; 4)$; 3) $[-5; 5]$; 4) $(-6; 4]$.

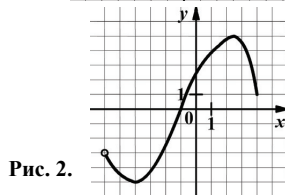
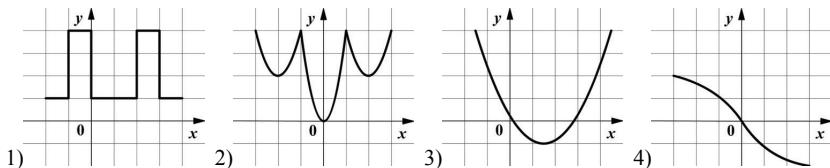


Рис. 2.

А3 Укажите график чётной функции



А4 Укажите промежуток возрастания функции, заданной графиком (рис. 3) на промежутке $[-3; 8]$.

- 1) $[-3; 5]$; 2) $[5; 8]$;
 3) $[0; 5]$; 4) $[-1; 4]$.

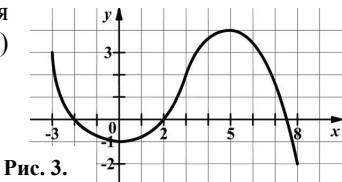


Рис. 3.

А5 Укажите произведение наибольшего и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 5]$, график которой изображен на рис. 4.

- 1) 36; 2) -35 ; 3) -12 ; 4) 7.

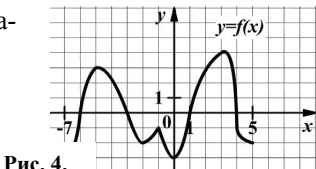


Рис. 4.

B1 Укажите число целых значений переменной x , не входящих в область определения функции $y = \sqrt{|x-5|} - 2$.

B2 Областью определения функции $y = f(x)$ является отрезок $[-1; 2]$. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений из области определения функции $y = f(1 - |x|)$.

B3 Областью значений функции $y = f(x)$ является отрезок $[-3; 1]$. Найдите наибольшую величину из области значений функции $2 \cdot |f(x+1)| - 3$.

B4 Периодическая функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Её период равен 4 и $f(2) = -4$. Найдите $2f(-2) - f(6) + 1$.

B5 Нечётная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для каждого неотрицательного значения аргумента x значение этой функции на 4 меньше, чем значение функции $g(x) = (x^2 - 3x - 2)^2$. Найдите число корней уравнения $f(x) = 0$.

C1 Задана функция $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{x^3}{\sqrt{|x|-1}}$.

Решите уравнение $f(f(f(x))) + f(f(f(-x))) = 0$.

C2 Функция $y = \begin{cases} (a-2) \cdot \sqrt[3]{\frac{x-1}{x^2+1}} + \sqrt[5]{x-1} + |x+1|, & \text{если } x \geq 0, \\ f(x), & \text{если } x < 0 \end{cases}$

является нечётной. Найдите все возможные значения параметра a . При найденных значениях a определите $f(x)$ и решите неравенство $f(x) \geq \sqrt[5]{x+1}$.

Задачи на повторение

1. Найдите НОД и НОК чисел 48 и 36.

2. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2+10x+25} + \sqrt{x^2-6x+9}$, если $-2 \leq x \leq 2$.

3. Вычислите $\sqrt{3-\sqrt{8}} - \sqrt{2}$.

За время обучения на подготовительных курсах (от девяти до семи месяцев) проводятся 6 аудиторных контрольных работ и 3 единые контрольные работы с последующим статистическим анализом результатов. Задачи, встретившие наибольшие затруднения, повторно разбираются на занятиях и затем вновь предлагаются уже для домашней самостоятельной работы. Такой метод контроля и учета знаний позволяет повысить эффективность аудиторной и домашней работы абитуриентов.

В конце курса проводятся занятия на повторение пройденного материала, на каждом из которых даются контрольные работы, соответствующие уровню задач в ЕГЭ. В заданиях тестового типа мы требуем привести решение для выявления характера допущенных ошибок. Систематическая проверка знаний слушателей и разбор их ошибок создают мотивацию к обучению даже у слабо подготовленных школьников.

В дополнение к основному курсу предлагается два специальных курса: для слушателей с базовым уровнем знаний (задачи групп А и В) и для слушателей с углубленным знанием программы (задачи группы С). Для базового уровня на каждом занятии после разбора соответствующей темы проводится самостоятельная работа, а затем — проверка решений и анализ ошибок, допущенных слушателями.

Задачи, рассматриваемые на лекциях углубленного уровня, предварительно раздаются слушателям, часть из них предлагается предварительно решить дома. Занятие начинается с ответов на вопросы по предыдущей теме и домашнему заданию. Таким образом, нам удается при довольно большом количестве человек в группе осуществить индивидуальный подход в подготовке слушателей к любому типу экзамена.

Завершает обучение репетиционный экзамен в формате ЕГЭ. После этого проводятся консультации, содержание которых определяется результатами этого экзамена. Таким образом, занятия со слушателями проводятся и после окончания основного курса, что позволяет поддержать и углубить уровень их подготовки.

Заключение. Изложенная методика обучения на основе разработанного учебно-методического комплекса позволяет проводить мониторинг успеваемости слушателей курсов и выстроить правильную стратегию и тактику ведения образовательного процесса.

Эффективность указанной методики подтверждается опытом её применения на подготовительных курсах Учебного центра «АЗЪ». Слушатели подготовительных курсов намного лучше сдают ЕГЭ по математике по сравнению со школьниками Московской области и города Москвы. В 2008 году оценки «4» и «5» получили 76% слушателей курсов «АЗЪ» против 36% школьников в Москве и 30% в Московской области.

Оценку «2» в 2008 году имели около 1% наших слушателей, тогда как в Москве такую оценку получили около 21% выпускников и более 24% по Московской области.

В 2009 году *все* слушатели Учебного центра «АЗЪ» успешно сдали ЕГЭ, их средний балл составил 58,4 против 48,3 по Москве и 43,5 по Московской области. Оценки в интервале 60–79 получило 48,3% наших слушателей против 24,4 % среди школьников Москвы и 15,5 % школьников Московской области (по данным «основной» волны ЕГЭ).

Благодарность. Авторы выражают благодарность заведующему кафедрой высшей математики ГУУ профессору В.В. Лебедеву и директору Учебного центра «АЗЪ» доценту Н.Н. Никоноренкову за идеи, положенные в основу разработки учебно-методического комплекса, организацию работы и практическую помощь на всех этапах создания и реализации его в учебном процессе.

Авторы также благодарят за ценные замечания Ж. М. Раббота и Л.Я. Шляпочника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Математика абитуриентам. Готовимся к ЕГЭ на подготовительных курсах. Обучающие, тренировочные и контрольные материалы для занятий. Часть 1 и часть 2. / Под общей редакцией В.В. Лебедева. — ГУУ. Учебный центр довузовской подготовки «АЗЪ». Москва, 2008.

NEW APPROACHES OF MATHEMATICAL EDUCATION AND KNOWLEDG CONTROL OF SCHOOLBOYS (IN TRANING FOR «UNIFIED STATE EXAMINATION»).

Andrusenko N. P., Efimova M. V., Perfiljev A. A

Following the launch of «USE» («Unified State Examination»), «AZ» Educational Centre of State University of Management worked out a new educational and methodical mathematical complex: programs and subject-matters of the course, collection of tasks, interim tests and quizzes. Peculiarities of the complex are: unification and differentiation of tasks taking into account pupil's grounding, reviewing studied topics, continuous knowledge monitoring with regard for mistakes (elements of individual education plan). As a result, in 2008 and 2009, students of «AZ» courses passed «USE» better than average in Moscow and in region.