ЯВНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПОДСЧЁТА ПРОСТЫХ ЦИКЛОВ С ДЛИНОЙ, БЛИЗКОЙ К ОБХВАТУ ГРАФА

Воропаев А. Н., Перепечко С. Н.

Петрозаводский государственный университет, Россия, 185910, Петрозаводск, пр. Ленина, 33, (814-2)78-51-40, voropaev@psu.karelia.ru, persn@aport.ru

Разработана вычислительная схема метода Харари и Манвела для вывода формул, выражающих количество простых циклов длиной k в неориентированном графе через его матрицу смежности. Алгоритм учитывает структурные особенности графов, такие как двудольность графа или отсутствие в нём коротких циклов. В результате для частных семейств графов получаются более компактные и эффективные формулы по сравнению с общим случаем. Применение системы компьютерной алгебры позволяет выводить выражения до значения $k = 16$.

Для двудольных графов с обхватом g при $k \leqslant g+4 \leqslant 16$ вычислительная сложность формул сопоставима со сложностью умножения матриц размера $n \times n$, где n — порядок графа. При этом затраты памяти квадратичны относительно n. Зависимость сложности выражений для произвольных и двудольных графов была показана ранее [1]. В следующей таблице представлено количество слагаемых в формулах для двудольных графов с учётом обхвата графа (до черты) и без учёта (после черты).

$k \setminus g$	4	6	8	10	12
g	3 / 3	5 / 7	8 / 20	14 / 59	25 / 230
$g+2$	7 / 7	10 / 20	16 / 59	27 / 230	50 / 1002
$g+4$	20 / 20	23 / 59	35 / 230	59 / 1002	107 / 5308

Метод Харари и Манвела [2] применялся в работе других авторов [3]. Однако при этом не предлагалось систематизированной схемы вывода формул, без которой не удалось продвинуться далее значения $k = 7$. Альтернативный способ подсчёта простых циклов длиной g, $g+2$ и $g+4$ в двудольных графах приводится в [4]. Предложенный в этой статье алгоритм не ограничен малыми значениями g, однако в случае $g \leqslant 12$ он несколько уступает по эффективности формулам, полученным в данной работе.

Литература.

1. *Perepechko S. N., Voropaev A. N.* The number of fixed length cycles in an undirected graph. Explicit formulae in case of small lengths // *Mathematical Modeling and Computational Physics (MMCP'2009)*. — Dubna : JINR, 2009. — Стр. 148–149.
2. *Harary F., Manvel B.* On the number of cycles in a graph // *Matematický časopis* **21**, 1971. Стр. 55–63.
3. *Alon N., Yuster R., Zwick U.* Finding and counting given length cycles // *Algorithmica* **17**, 1997. Стр. 209–223.
4. *Halford T. R., Chugg K. M.* An algorithm for counting short cycles in bipartite graphs // *IEEE Transactions on Information Theory* **52**, 2006. Стр. 287–292.