

# ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ НА ОСНОВЕ ОПЕРАТОРОВ ОБОБЩЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Рыскаленко Р.А.

Ставропольский Государственный Университет, Россия, 355000, Ставрополь, пр-д  
Кооперативный 9, кв. 3, +7-918-744-84-11, risc-roman@yandex.ru

Вычисление частных производных основано на методе, предложенном в работе [1]. Этот метод численного дифференцирования разработан для функций, для которых исходными являются экспериментальные данные. Известно [2], что подобная задача относится к так называемым некорректным задачам математического анализа и требует соответствующего подхода и соответствующих численных методов. Кратко суть этого метода формулируется следующим образом.

Полагается, что задана функция  $f(x)$  в пределах интервала  $[x_0, x_n]$  и требуется вычислить  $f'(x)$ . При вычислении матрицы частных производных в качестве подобных функций выступают исходные данные, представленные вычисленными ранее значениями функции  $F(x, y, z, t)$  в соответствующих узлах сетки. Данный метод численного дифференцирования эмпирических функций основан на сведении этой задачи к интегральному уравнению Фредгольма первого рода с непрерывным ядром:

$$\int_{x_0}^{x_n} \tilde{K}(s, t) f'(t) dt = \varphi(s), \quad (1)$$

в котором обозначено

$$\varphi(s) = \int_s^{x_n} f(x) dx - f(x_0)(x_n - s), \quad \tilde{K}(s, t) = \begin{cases} x_n - s, & \text{если } x_0 \leq t \leq s \\ x_n - t, & \text{если } s \leq t \leq x_n \end{cases}.$$

Численное решение (1) построено на основе вариационной задачи для так называемого сглаживающего функционала, что ведет к регуляризирующему оператору  $K_\alpha^{-1}$ . Численно он реализуется с помощью матрицы  $K_\alpha^{-1} = (K^T K + \alpha I)^{-1} K^T$ , где  $K$  - матричный аналог исходного интегрального оператора  $K$  в (1), а  $\alpha$  - параметр регуляризации. Искомым решением будет  $\vec{f}'_\alpha = (K^T K + \alpha I)^{-1} K^T \vec{\varphi}$ , а соответствующий алгоритм будет регуляризирующим.

## Литература

1. *Наац В.И.* Вычислительные методы и модели нестационарного диффузного переноса примесей в задачах контроля и прогноза экологического состояния атмосферы: Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. - Ставрополь, 2005.
2. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. - М., 1979.