

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Львова Т.Л.

Рязанский государственный радиотехнический университет,
Ф-т автоматики и информационных технологий в управлении,
каф. Высшей математики
Россия, 390039, г. Рязань, ул. Интернациональная, д. 19, кв. 36,
Тел. (4912)37-83-87,
E-mail: lvovatl@yandex.ru

В докладе рассматривается нелинейная система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax + \varphi(t) + f(t, x, \lambda), \quad (1)$$

где A – $n \times n$ постоянная матрица, x – n -мерный вектор, $\varphi(t)$ и $f(t, x, \lambda)$ – n -мерные вектор-функция, $\lambda \in \mathbf{E}_\ell$ – векторный параметр.

Пусть вектор-функция $x(t, c)$, где $c \in G(\mu_0) = \{c \in \mathbf{E}_n : |c| \leq \mu_0\}$, является ω -периодическим решением системы $\dot{x} = Ax + \varphi(t)$. Выполним замену переменных $y = x - x(t, c)$, тогда уравнение (1) будет

$$\dot{y} = Ay + f(t, y + x(t, c), \lambda) \quad (2)$$

Предполагаем, что вектор-функцию $f(t, y + x(t, c), \lambda)$ можно представить равенством $f(t, y + x(t, c), \lambda) = f(t, x(t, c), \lambda) + D(t, x(t, c), \lambda) \cdot y + P_k(t, x(t, c), \lambda, y) + o(|y|^k)$, где $D(t, x(t, c), \lambda)$ – значение матрицы Якоби вектор-функции $f(t, x, \lambda)$ при $x = x(t, c)$, непрерывное по переменным t, c, λ на множестве $[0; \omega] \times G(\mu_0) \times \Lambda(\delta_0)$, $\Lambda(\delta_0) = \{\lambda \in \mathbf{E}_\ell : |\lambda| \leq \delta_0\}$; $P_k(t, x(t, c), \lambda, y)$ – вектор-форма k -го порядка относительно переменной y , $k > 1$.

Система уравнений (2) примет вид

$$\dot{y} = Ay + f(t, x(t, c), \lambda) + D(t, x(t, c), \lambda) \cdot y + P_k(t, x(t, c), \lambda, y) + o(|y|^k). \quad (3)$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Решение системы (3) $t \rightarrow y(t, \alpha, c, \lambda)$, $y(0, \alpha, c, \lambda) = \alpha$ можно представить в виде $y(t, \alpha, c, \lambda) = X(t) \cdot \alpha + o(|\gamma|)$, где $\gamma = (\alpha, \lambda)$ – вектор и $|\gamma| = \max\{|\alpha|, |\lambda|\}$.

Для системы дифференциальных уравнений (3) сформулированы и доказаны теоремы о необходимых и достаточных условиях существования ненулевого ω -периодического решения. При доказательстве теорем используется метод неподвижной точки. Рассмотрен пример.