О ПРИБЛИЖЕНИИ ОСОБЫХ ИНТЕГРАЛОВ ПОЛИНОМАМИ С. Н. БЕРНШТЕЙНА

Мерлин А.В. , Мерлина Н.И.

Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова,
Физико-математический факультет, каф. математического анализа и дифференциальных уравнений, каф. Методики преподавания математики,
Россия, 42815, г. Чебоксары, Московский проспект д. 15,
Тел: (8352) 45-03-01, E-mail: merlina@cbx.ru

В теории линейных интегральных уравнений со степенными и логарифмическим ядрами рассматриваются интегралы вида

$$L_{\beta,\gamma}(\varphi)(x) = \int_a^b |x-t|^{\gamma-1} \left|\ln|x-t|\right|^{\beta} \varphi(t)dt, \quad \varphi(t) \in C[a,b],\ \gamma > 0,\ \beta \ge 0\,, \tag{1}$$

через которые в ней записываются общее решение этих уравнений. В связи с этим представляет интерес приближённое вычисление интегралов вида (1). Авторы предлагают рассмотреть этот вопрос для интегралов вида (1) в случае $[a,b]=[0,1]$. Квадратурная формула для интегралов (1) строится посредством аппроксимации плотности $\varphi(t)$ через полиномы С.Н.Бернштейна $B_n(\varphi,x)$, свойства которых к настоящему времени хорошо изучены [3,4]:

$$L_{\beta,\gamma}(\phi)(x) = L_{\beta,\gamma}(B_n)(x) + r_n(\phi,x)\,,$$

где $r_n(\varphi,x)$ - остаточный член квадратурной формулы. При этом интеграл $L_{\beta,\gamma}(B_n)(x)$ либо выражается через элементарные функции, либо через неполные гамма – функции, либо через функции Вольтера [1]. Остаточный член $r_n(\varphi,x)$ оценивается через модуль непрерывности $\omega\left(\frac{1}{\sqrt{n}},\varphi\right)_{C[0,1]}$, с учётом свойств многочленов С.Н.Бернштейна.

Построенная квадратурная формула применяется к интегралу типа Коши с дифференцируемой плотностью.

Литература.

1. Самко., С.Г.Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. - Минск. Наука и техника, 1987. 688с.
2. Гахов Ф.Д. Краевые задачи.- М: Наука., 1970. 640с.
3. Жук В.В., Кузютин В.Ф. Аппроксимация функций и численное интегрирование. – СПБ: Издательство С.-Петербургского ун-та, 1995. 352 с.
4. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. - М: Наука,1965. 408 с.