

Об одной задаче теории измерений с неполной информацией

Владимир Ильич Заляпин
Глеб Александрович Шефер
Кирилл Антонович Сегал

zaliapinvi@susu.ru
shefer0997@gmail.com
kirillsegal47@gmail.com



Южно-Уральский
государственный
университет

Национальный
исследовательский
университет

Челябинск

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕР. ОБРАЗОВАНИЕ - 2022

- Изучается динамическая система, описываемая системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка

$$\dot{x}(t) + A(t)x(t) = f(t)$$

- Предполагается, что коэффициенты системы и её правые части определены и непрерывны на некотором промежутке.
- Пусть, далее, T – постоянная матрица формата $[m \times n]$ и $y(t) = T \cdot x(t)$ косвенные измерения, доступные наблюдателю.
- В ситуации, когда ранг матрицы меньше размерности задачи, требуется, располагая косвенными измерениями, определить входное воздействие $f(t)$.

Так поставленная задача недоопределена.

Постановка задачи

- В докладе анализируется влияние объема и точности имеющейся в распоряжении исследователя косвенной информации на точность восстановления решения обратной задачи для системы линейных дифференциальных уравнений.

Введение

- Если $\Phi(t)$ фундаментальная матрица системы, то, как хорошо известно, правые части системы связаны с решением интегральным соотношением

$$\Phi^{-1}(t)x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi^{-1}(s)f(s)ds$$

- которое при известном решении представляет собой интегральное уравнение относительно $f(t)$.

Расчетные соотношения

- В качестве модели рассматривалась динамическая система, описываемая уравнением

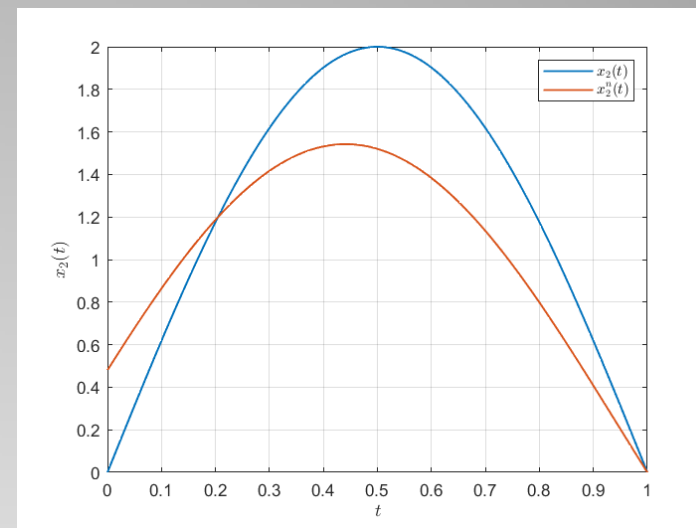
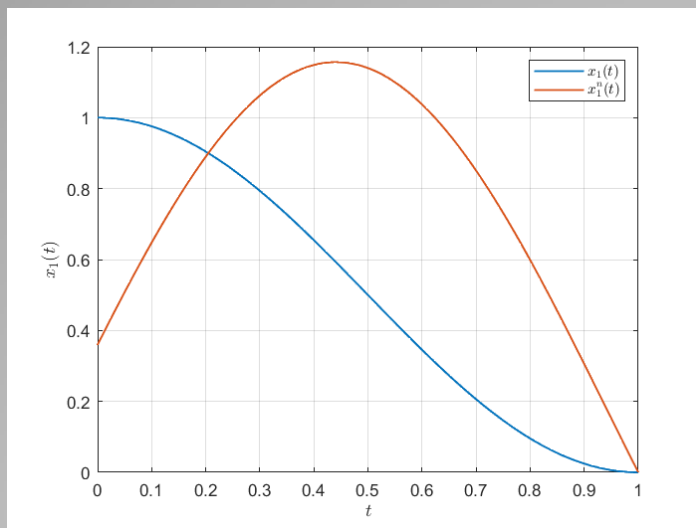
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 - \frac{\cos \pi t}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + 4\right) \sin \pi t - \frac{1}{2} \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + x_2 + (2\pi + 1) \cos \pi t - 2 \sin \pi t + 1 \\ t \in [0; 1] \\ y(t) = 0,3 \cos \pi t + 1,6 \sin \pi t + 0,3 \end{cases}$$

- Косвенные измерения определялись матрицей

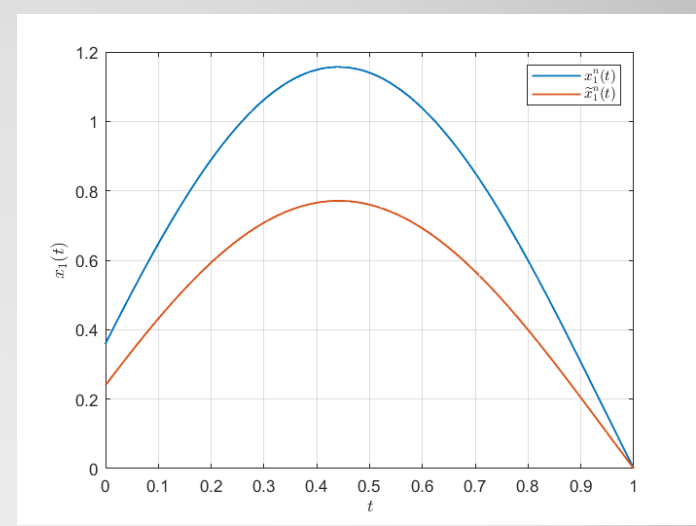
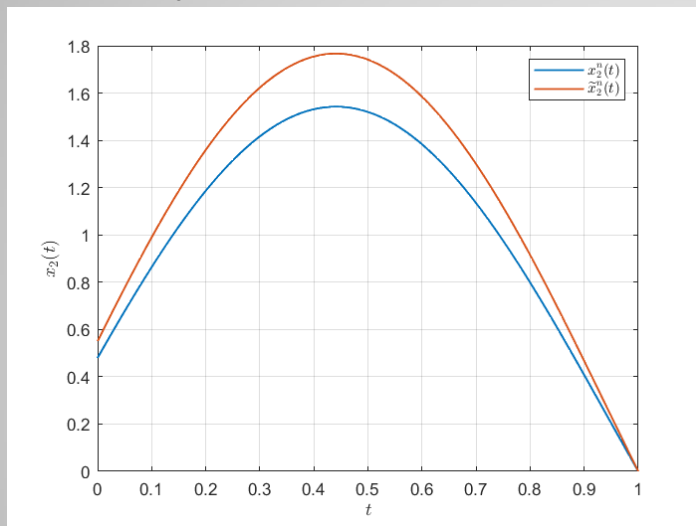
$$T = \{0,6; 0,8\}$$

- Результаты модельного эксперимента представлены далее.

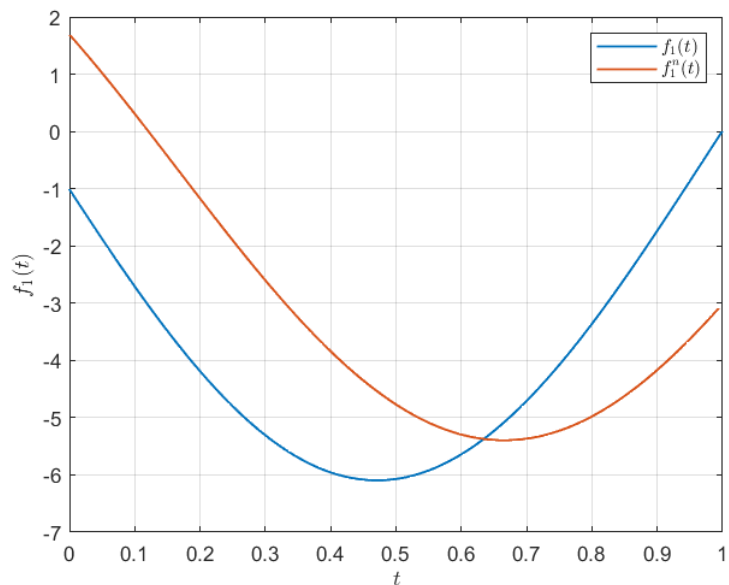
Модельная задача



Голубым – модельные данные, красным – нормальное псевдорешение.

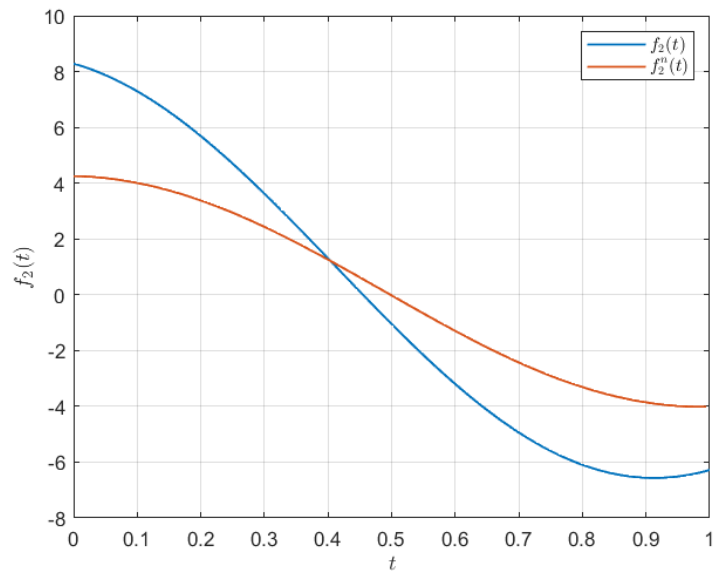


Голубым – нормальное псевдорешение, красным – искаженное нормальное псевдорешение.



Красным – восстановленные
правые части

Голубым – модельные правые
части



Вычислительный эксперимент